

इकाई 14 वृत्त



- वृत्त की अवधारणा
- वृत्त की त्रिज्या, व्यास, जीवा तथा चाप
- अर्धवृत्त
- वृत्तखंड एवं त्रिज्यखंड

14.1 भूमिका :

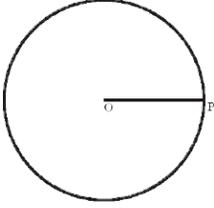
आपने विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय आकृतियों के विषय में पढ़ा है। आज हम एक ऐसी आकृति के विषय में अध्ययन करेंगे जो अनेक विशिष्टताओं से युक्त है। यह हमारे जीवन के लिए बहुत उपयोगी है।

14.2 क्रिया कलाप :

एक धागे के एक सिरे पर पेंसिल बाँध दें और दूसरे सिरे को कागज के एक बिन्दु पर स्थिर रखकर पेंसिल को इस प्रकार घुमाएँ कि धागा तना रहे। हम देखते हैं कि इस दशा में भी एक वृत्त बनता है। स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र तथा स्थिर बिन्दु से पेंसिल तक की लम्बाई को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं। पार्श्व चित्र में O वृत्त का केन्द्र और OP वृत्त की त्रिज्या है।

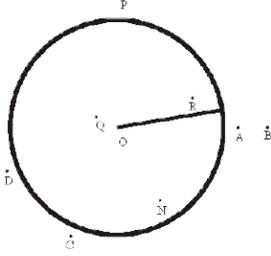
निर्मित वक्र वृत्त है जो एक समतल में एक निश्चित बिन्दु से समान दूरी पर स्थित सभी बिन्दुओं का समूह है।

निश्चित बिन्दु OP वृत्त का केन्द्र (Centre) है। रेखाखण्ड OA वृत्त की त्रिज्या (Radius) तथा रेखाखण्ड AB वृत्त का व्यास (Diameter) है



14.3 वृत्त के अन्तः तथा बाह्य क्षेत्र (Interior region and exterior region of Circle)

वृत्त को छोड़कर वृत्त के अन्तर का भाग वृत्त का अन्तःक्षेत्र तथा वृत्त को छोड़कर वृत्त का बाह्यभाग वृत्त का बाह्यक्षेत्र कहलाते हैं।



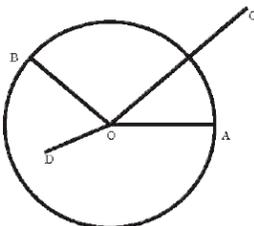
आओ पता लगाएँ

पार्श्वकित चित्र में :

1. वृत्त पर कौन-कौन से बिन्दु स्थित हैं ?
2. वृत्त के बाह्यक्षेत्र में स्थित बिन्दुओं के नाम बताइए।
3. वृत्त के अन्तःक्षेत्र (वृत्तीय क्षेत्र) में स्थित बिन्दु कौन-कौन से हैं ?

वृत्त की रचना कर चर्चा कीजिए और निष्कर्ष निकालिए :

एक वृत्त खींचिए जिसका केन्द्र O और त्रिज्या OA है। वृत्त पर एक बिन्दु B, वृत्त के बाह्यक्षेत्र में एक बिन्दु C तथा वृत्तीय क्षेत्र में एक बिन्दु D लें। रेखाखंड OB, OC तथा OD खींचिए।



1. रेखाखंड OA तथा OB की लम्बाइयों में क्या सम्बन्ध है ?

2. रेखाखंड OA तथा OD में सम्बन्ध बताइए ?

3. रेखाखंड OA तथा OC में कौन छोटा है ?

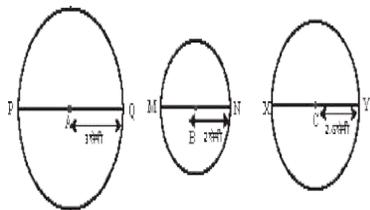
□ वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ त्रिज्या के बराबर हैं, वे वृत्त पर स्थित होते हैं।

□ वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ त्रिज्या से कम हैं, वे वृत्त के अंतः या वृत्तीय क्षेत्र में होते हैं।

□ वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ उसकी त्रिज्या से अधिक हैं, वे वृत्त के बाह्यक्षेत्र में होते हैं।

इन्हें कीजिए, चर्चा कर निष्कर्ष निकालिए :

3 सेमी, 2 सेमी, तथा 2.5 सेमी त्रिज्या के वृत्त खींचिए जिनके केन्द्र क्रमशः A, B तथा C हैं। इनके व्यास क्रमशः PQ, MN तथा XY खींचिए और उन्हें नापिए।



1. PQ, MN तथा XY की मापें क्या हैं ?

2. व्यास PQ तथा त्रिज्या AP की मापों में क्या सम्बन्ध है ?

3. व्यास MN और त्रिज्या BM तथा व्यास XY और त्रिज्या CX की मापों में क्या सम्बन्ध हैं ?

किसी वृत्त के व्यास की लम्बाई उसकी त्रिज्या की लम्बाई की दो गुनी होती है,

अर्थात् व्यास = 2 × त्रिज्या

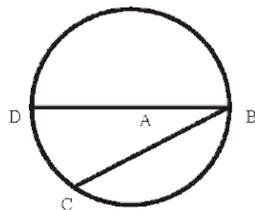
14.4 परिधि (Circumference)

एक वृत्ताकार चकती या थाली के किनारों पर पतला तार लपेटिए। इसके लिए तार के एक सिरे को अँगूठे से दबा दीजिए। पुनः तार को वृत्ताकार चकती या थाली के किनारों के अनुदिश लपेटते हुए अँगूठे वाले स्थान तक लगाइए। अब इस तार की लम्बाई नापिए। यह वृत्ताकार चकती की कौन सी माप होगी ?

वृत्ताकार घेरे के परिमाण को उस वृत्त की परिधि कहते हैं।

14.5 जीवा (Chord)

बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त पर दो बिन्दु B और C अंकित कीजिए। बिन्दु B को बिन्दु C से मिलाएँ। इसी प्रकार बिन्दु B से दूसरी रेखा खंड बिन्दु A से होती हुई, BD खींचिए।



1. रेखाखंड BD को क्या कहते हैं ?

2. रेखाखंड BC को क्या कहते हैं ?

रेखाखंड BC वृत्त की जीवा कहलाती है।

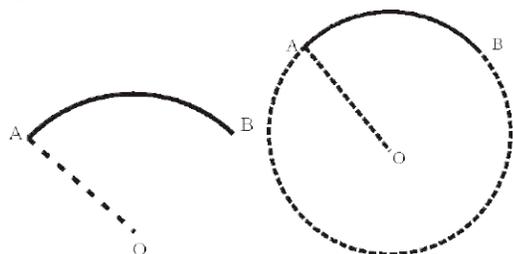
हमने क्या सीखा :

वृत्त के किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखंड को वृत्त की जीवा कहते हैं। वृत्त के केन्द्र से होकर जाने वाली जीवा वृत्त का व्यास होती है तथा वह वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है।

14.6 चाप (Arc)

इन्हें कीजिए, चर्चा कर निष्कर्ष निकलिए:

अपनी अभ्यास पुस्तिका के एक पृष्ठ पर एक बिन्दु O लीजिए। परकार में पेंसिल लगाइए। बिन्दु O से 3 सेमी की दूरी पर एक बिन्दु A लीजिए। परकार की नोक को बिन्दु O पर तथा पेंसिल की नोक को बिन्दु A पर रखकर पेंसिल की नोक को बिन्दु A से बिन्दु B तक घुमाएँ। A से B तक के वक्र को क्या कहेंगे ?



इस वक्र को वृत्त का चाप कहते हैं तथा इसे चाप AB या \widehat{AB} से व्यक्त करते हैं। चाप उस वृत्त का ही एक भाग है, जिसे बिन्दुवार वक्र द्वारा पूरा किया गया है। OA इस वृत्त की

त्रिज्या है। चाप AB की त्रिज्या भी OA है। वृत्त का एक भाग चाप कहलाता है।

हमने क्या सीखा :

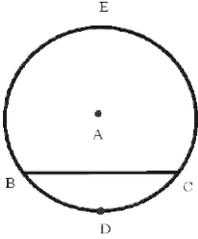
नीचे दिये गये बिन्दुओं पर समूह में चर्चा करें और निष्कर्ष निकालें:

1. किसी वृत्त की त्रिज्या और उसके व्यास में क्या सम्बन्ध होता है ?
2. किसी वृत्त में कितनी त्रिज्याएं होती हैं ?
3. किसी वृत्त में कितने व्यास होते हैं ?
4. वृत्त की सबसे बड़ी जीवा का क्या नाम है ?
5. परिधि किसे कहते हैं ?
6. एक चाप PQ खींचिए, जिस की त्रिज्या 4.2 सेमी है।
7. एक 3.5 सेमी त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इस वृत्त के कोई दो चाप AB और CD निरूपित कीजिए।
8. 5 सेमी त्रिज्या लेकर बिन्दु O को केन्द्र मानकर एक वृत्त खींचिए। O से 3.5 सेमी दूरी पर बिन्दु P लीजिए। बताइए कि बिन्दु P वृत्त के बाहर है या वृत्त के अन्तर है।

14.7 लघु चाप और दीर्घ चाप (Minor arc and Major arc)

किसी बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इस वृत्त पर कोई दो बिन्दु B और C इस प्रकार लीजिए कि जीवा BC केन्द्र A से होकर न जाए।

1. जीवा BC द्वारा वृत्त कितने भागों में विभाजित हो गया है ?

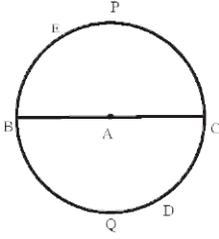


2. वृत्त के इन भागों में कौन सा भाग बड़ा है ?
वृत्त के दोनों भाग वृत्त के चाप कहलाते हैं। बड़े भाग को दीर्घ चाप और छोटे भाग को लघु चाप कहते हैं। चित्र में चाप BEC दीर्घ चाप और चाप BDC लघु चाप हैं।

14.8 अर्ध वृत्त (Semi circle)

किसी बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त का व्यास BC खींचिए। इस वृत्ताकार भाग को अभ्यास पुस्तिका से काटकर अलग कीजिए। इसे व्यास

BC पर मोड़कर दोनों भागों को एक दूसरे के ऊपर रखें।



1. क्या वृत्त के एक भाग ने दूसरे भाग को पूरा-पूरा ढँक लिया ?
2. इससे वृत्त के दोनों भागों में क्या सम्बन्ध निकलता है ?
3. वृत्त के इन भागों में से प्रत्येक को क्यानाम दिया जा सकता है ?

चित्र में चाप BEC तथा चाप BDC वृत्तीय वक्र के अर्धवृत्त हैं। व्यास के बिन्दु B और C प्रत्येक अर्धवृत्त में सम्मिलित हैं। अर्ध वृत्त में व्यास स्वयं सम्मिलित नहीं होता है।

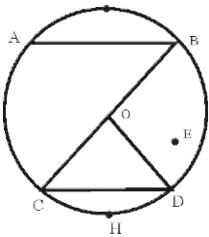
अर्ध वृत्त और व्यास से घिरे क्षेत्र को अर्ध वृत्तीय क्षेत्र (Semi Circular region) कहते हैं। चित्र में चाप BDC और व्यास BC से घिरा क्षेत्र अर्धवृत्तीय क्षेत्र है। इसी प्रकार चाप BEC और व्यास BC से घिरा क्षेत्र भी अर्धवृत्तीय है।

हमने क्या सीखा:

किसी वृत्त का कोई व्यास, वृत्त को दो समान भागों में विभाजित करता है। इनमें से प्रत्येक भाग अर्धवृत्त कहलाता है, जिसमें व्यास के अन्त्य बिन्दु तो सम्मिलित होते हैं परन्तु व्यास स्वयं सम्मिलित नहीं होता।

अभ्यास 14 (a)

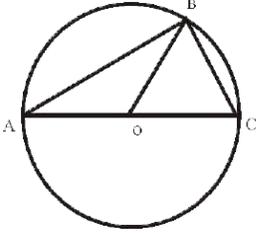
1. पार्श्व चित्र को देख कर लिखिए :



- (i) वृत्त का केन्द्र
- (ii) तीन त्रिज्याओं का नाम
- (iii) एक व्यास का नाम
- (iv) दो जीवाओं का नाम

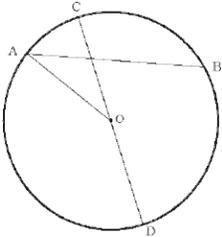
- (v) अन्तः क्षेत्र में एक बिन्दु
- (vi) बाह्यक्षेत्र में एक बिन्दु
- (vii) चार चाप (दो लघु, दो दीर्घ) के नाम
- (viii) एक अर्धवृत्त का नाम

2. पार्श्व चित्र देखकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :



- (i) तीन त्रिज्याओं के नाम बताइए।
- (ii) तीन जीवाओं के नाम बताइए।
- (iii) चित्र में कितने व्यास खींचे गये हैं ? उनके नाम भी लिखिए।

3. पार्श्व चित्र में बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है। चित्रानुसार वृत्त के निम्नलिखित अंगों को विशिष्ट नाम दें :



- (i) रेखाखंड OA
- (ii) रेखाखंड AB और CD
- (iii) चाप CBD
- (iv) चाप CAD

4. परकार की सहायता से निम्नलिखित त्रिज्याओं के वृत्त खींचिए :

- (i) 4.5 सेमी (ii) 3.2 सेमी

5. परकार की सहायता से निम्नलिखित व्यास के वृत्त खींचिए :

- (i) 7.6 सेमी (ii) 10 सेमी

6. एक वृत्त की त्रिज्या 4.5 सेमी है। इस वृत्त के व्यास की माप ज्ञात कीजिए।

7. किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त पर कोई दो बिन्दु P और Q लेकर इन्हें मिला दीजिए। बताइए कि क्या बिन्दु P, Q को छोड़कर रेखाखंड PQ के सभी बिन्दु

(i) वृत्त पर हैं ?

(ii) वृत्त के बाहर हैं ?

(iii) वृत्त के अन्तर हैं ?

8. निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य हैं :

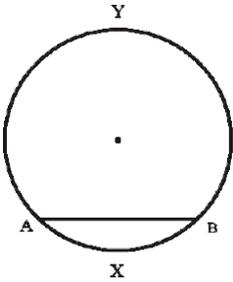
(i) वृत्त की त्रिज्या वृत्त की जीवा होती है।

(ii) वृत्त का व्यास वृत्त की जीवा होती है।

(iii) व्यास वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है।

9. एक रेखाखंड AB खींचिये जिसकी लम्बाई 4 सेमी है। बिन्दु A को केन्द्र मानकर एक वृत्त इस प्रकार खींचिये कि वह बिन्दु B से होकर जाए। इस वृत्त की त्रिज्या नापकर लिखिए।

14.9 वृत्तखंड (Segment of Circle)



इन्हें कीजिए, चर्चा कर निष्कर्ष निकालिए :

किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जिसका केन्द्र O है। उसमें एक जीवा खींचिए। इस वृत्त पर दो बिन्दु X और Y लीजिए।

(i) जीवा AB द्वारा वृत्तीय क्षेत्र कितने भागों में विभक्त किया गया है ?

(ii) प्रत्येक भाग को क्या कहते हैं ?

जीवा AB के द्वारा वृत्तीय क्षेत्र दो भागों AXB और AYB में विभाजित हो गया और प्रत्येक भाग को वृत्तखंड कहते हैं।

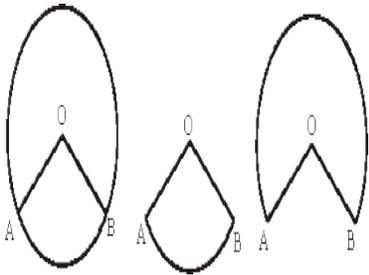
हमने क्या सीखा :

वृत्त के चाप और उसकी जीवा से घिरा हुआ क्षेत्र वृत्तखंड कहलाता है।

छोटे भाग को लघु वृत्तखंड और बड़े भाग को दीर्घ वृत्तखंड कहते हैं। चित्र में चाप AXB और जीवा AB से घिरा क्षेत्र लघु वृत्तखंड है, तथा चाप AYB और जीवा AB से घिरा क्षेत्र दीर्घ वृत्तखंड है।

14.10 त्रिज्यखंड (Sector)

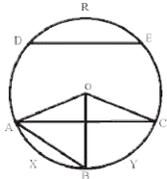
एक पन्ना लेकर उस पर 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जिसका केन्द्र O है। वृत्त पर दो बिन्दु A और B लीजिए। OA एवं OB त्रिज्याएँ खींचिए। वृत्त वृत्तीय क्षेत्र सहित पन्ने से काटकर अलग कीजिए। अब सावधानी से A से O तक तथा B से O तक काटकर वृत्त क्षेत्र के OAB भाग को चित्रानुसार अलग कीजिए। प्राप्त भागों को क्या कहेंगे ? प्राप्त दोनों भाग त्रिज्यखंड कहलाते हैं तथा छोटे भाग को लघु त्रिज्यखंड तथा बड़े भाग को दीर्घ त्रिज्यखंड कहते हैं।



वृत्त के चाप तथा चाप के अन्त्य बिन्दुओं से जाने वाली त्रिज्याओं से घिरे क्षेत्र को त्रिज्यखंड कहते हैं।

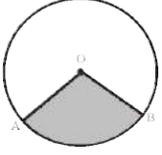
अभ्यास 14 (b)

1. पार्श्वकित चित्र में बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है। रेखाखंड OA, OB एवं OC त्रिज्याएँ हैं। रेखाखंड AB, AC तथा DE जीवाएँ हैं। इनका एक त्रिज्यखंड OA, OB तथा चाप AXB से घिरा क्षेत्र और उसके संगत वृत्तखंड, जीवा AB तथा AXB चाप से घिरा क्षेत्र है।

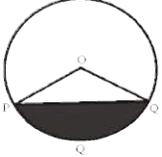


इसी प्रकार अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चित्रानुसार अन्य पाँच त्रिज्यखंडों के नाम तथा उनके संगत वृत्तखंडों के नाम लिखें।

2. पार्श्वकित चित्र में छायांकित त्रिज्यखंड की त्रिज्या लिखिए।



3. पार्श्वकित चित्र में छायांकित वृत्तखंड की जीवा तथा उसके संगत त्रिज्यखंड का नाम बताइए।



इस इकाई में हमने सीखा

1. एक समतल में एक निश्चित बिन्दु से निश्चित दूरी (समान दूरी) पर स्थित सभी बिन्दुओं का समूह वृत्त कहलाता है। निश्चित बिन्दु वृत्त का केन्द्र कहलाता है तथा निश्चित दूरी (समान दूरी) वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।
2. वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ त्रिज्या के बराबर हैं, वे वृत्त पर स्थित होते हैं। वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ त्रिज्या से कम हैं, वे वृत्त के अन्तःक्षेत्र (या वृत्तीय क्षेत्र) में होते हैं। वृत्त के केन्द्र से जिन बिन्दुओं की दूरियाँ उसकी त्रिज्या से अधिक हैं, वे वृत्त के बाह्यक्षेत्र में होते हैं।
3. वृत्ताकार घेरे के परिमाण को उस वृत्त की परिधि कहते हैं।
4. वृत्त पर किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखंड वृत्त की जीवा कहलाती है तथा व्यास वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है, जो वृत्त के केन्द्र से होकर जाती है।
5. वृत्त का एक भाग चाप कहलाता है।
6. किसी वृत्त का कोई व्यास, वृत्त को दो समान भागों में विभाजित करता है। इनमें से प्रत्येक भाग अर्धवृत्त कहलाता है, जिसमें वृत्त का व्यास सम्मिलित नहीं होता है।
7. वृत्त के चाप और उसकी जीवा द्वारा घिरा हुआ क्षेत्र वृत्तखंड कहलाता है।
8. वृत्त के चाप तथा अन्त्य बिन्दुओं से जाने वाली त्रिज्याओं से घिरे क्षेत्र को त्रिज्यखंड कहते हैं।

उत्तरमाला

अभ्यास 14 (a)

1.(i) 0 केन्द्र, (ii) OB, OC, OD (iii) BC, (iv) AB, CD (v) E (vi) कोई नहीं (vii) AB, AC, ABDC, BDCA, (viii) BAC। 2. (i) OA, OB, OC (ii) AB, BC, AC (iii) एक, AC, 3. (i) त्रिज्या, (ii) ABजीवा, CD व्यास, (iii) अर्धवृत्त (iv) अर्धवृत्त , 6. 9 सेमी, 7. (i) नहीं, (ii)नहीं, (iii) हाँ, 8.(i) असत्य (ii) सत्य (iii) सत्य, 9. 9 सेमी
अभ्यास 14 (b)

2. OA, OB 3. जीवा PQ त्रिज्य खंड OPQ