

इकाई -4 रचनाएँ



- पटरी एवं परकार की सहायता से ।
- दिए हुए रेखा खंड को समद्विभाजित करना ।
- दिए हुए कोण के बराबर कोण की रचना करना ।
- दिए हुए कोण को समद्विभाजित करना ।
- दी हुई रेखा के समान्तर रेखा खींचना ।
- दिए गए रेखा खंड पर दिए गए बिन्दु से लम्ब खींचना, जबकि
 - (a) बिन्दु रेखा खंड पर स्थित हो ।
 - (b) बिन्दु रेखा खंड के बाहर हो ।

भूमिका : -

ज्यामिति पढ़ने का एक महत्वपूर्ण उद्देश्य है कि हम किसी दी हुई सूचना के आधार पर शुद्ध और सही आकृतियों को बना सकते हैं। ये आकृतियाँ रेखाखंड, किरणें, रेखाएँ, त्रिभुज, चतुर्भुज तथा वृत्त आदि से सम्बन्धित हो सकती हैं। दैनिक जीवन में भी कभी-कभी ऐसे व्यावहारिक ज्ञान की आवश्यकता पड़ती है। मन्दिर, मस्जिद, गुरुद्वारा तथा बड़े-बड़े भवन-निर्माण आदि में इसकी आवश्यकता होती है। विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी के क्षेत्र में भी इसका महत्वपूर्ण उपयोग होता है।

रेखाखंड, कोण, वृत्त आदि के अनेक ऐसे उदाहरण मिलते हैं जिनको मात्र मापन के आधार पर छोटे-छोटे भागों में शुद्धता के साथ विभाजित करना सम्भव नहीं

हो पाता है परन्तु ज्यामितीय रचना की विधि से इसको प्रस्तुत कर सकते हैं।
पूर्व की कक्षा में कुछ आकृतियों को बनाना हम सीख चुके हैं। इस इकाई में
पटरी और परकार की सहायता से कुछ रचनाओं की विधि का अध्ययन करेंगे।

निर्मेय 1

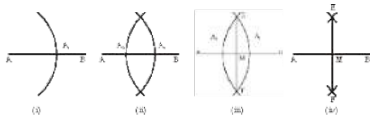
दिए हुए रेखाखंड को समद्विभाजित करना।

ज्ञात है : रेखाखंड AB

रचना करनी है : रेखाखंड ABकी समद्विभाजक रेखा

रचना के चरण :

1. रेखाखंड AB की आधी माप से अधिक त्रिज्या लेकर रेखा खंड के अन्त्य बिन्दु A को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से एक अर्धवृत्ताकार चाप A1 खींचिए।



आकृति 4.1

2. रेखा खंड ABके दूसरे अन्त्य बिन्दु B को केन्द्र मान कर उसी त्रिज्या से एक और अर्धवृत्ताकार चाप A2 खींचिए जो पहले चाप को माना बिन्दुओं E और F पर काटता है।

3. EF को मिलाइए जो ABको मान लीजिए बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करती है।

यही बिन्दु M रेखाखंड ABको दो बराबर भागों में विभक्त करता है।

उपरोक्त रचना में EF रेखा निर्धारित करने के लिए E, F की आवश्यकता थी। इन बिन्दुओं को निर्धारित करने के लिए अर्धवृत्त के स्थान पर छोटे चाप लगाये जा सकते हैं।

इन्हें कीजिए, देखिए तथा निष्कर्ष निकालिए

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक रेखाखण्ड AB खींचकर निर्मेय 1 में दी गई रचना के आधार पर उसे एक बिन्दु M पर समद्विभाजित कीजिए। इस प्रकार

रेखाखंडों AM तथा MB की लम्बाइयाँ माप कर AM तथा MB की समानता की जांच कीजिए।

$\angle AME$ तथा $\angle BME$ को मापकर $\angle AME$ तथा $\angle BME$ में संबंध बताइये।

हम पाते हैं कि $AM=MB$ तथा $\angle AME=\angle BME =90^\circ$ । इस प्रकार रेखा EF रेखाखंड ABको दो समान भागों में विभाजित करने के साथ-साथ उस पर लंब भी है।

प्राप्त रेखा EF रेखाखंड AB का लंब समद्विभाजक है।

प्रयास कीजिए :

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक वृत्त खींचिए। वृत्त की कोई जीवा खींचकर उसका लंब समद्विभाजक खींचिए।

क्या जीवा का लंब समद्विभाजक वृत्त के केन्द्र से होकर जाता है?

हम पाते हैं कि

वृत्त की किसी जीवा का लम्ब समद्विभाजक या लम्बार्धक वृत्त के केन्द्र से होकर जाता है।

अभ्यास 4 (a)

1. 6 सेमी माप के एक रेखाखंड को परकार और पटरी की सहायता से दो बराबर भागों में विभाजित कीजिए।
2. 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त जिसका केन्द्र धू है, अपनी अभ्यास पुस्तिका पर खींचिए। इसमें दो जीवाएँ AB और CD खींचिए जो आपस में समांतर न हो। इन जीवाओं के लम्ब समद्विभाजक खींचिए। ये दोनों समद्विभाजक किस बिन्दु पर काटेंगे ?
3. 8 सेमी माप के रेखाखण्ड को चार बराबर भागों में बाँटिए।
4. परकार की सहायता से 4 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त पर एक जीवा खींचिए। वृत्त के केन्द्र से जीवा के मध्य बिन्दु की दूरी माप कर ज्ञात करिए।
5. 4 सेमी का एक रेखाखंड PQ खींचिए। इसका लम्बाद्र्धक कीजिए जो रेखा PQ को बिन्दु D पर काटे। क्या $PD=QD$ है ? पुनः PD त्रिज्या का एक वृत्त

खींचिए और देखिए क्या यह वृत्त बिन्दु P और Q से होकर जा रहा है।

6. 6.4 सेमी लम्बाई का एक रेखाखंड AB खींचकर उसका सममित अक्ष खींचिए।

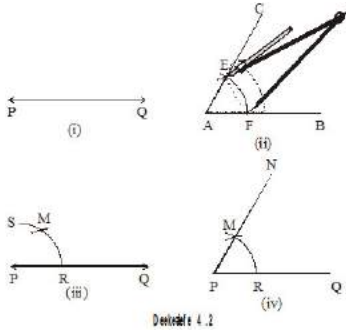
निर्मेय 2

दिए हुए कोण के बराबर कोण की रचना करना।

ज्ञात है : कोण BAC

रचना करनी है : $\angle BAC$ बराबर कोण की। जिसका मान ज्ञात नहीं है।

रचना के चरण :



1. एक रेखाखंड PQ खींचिए।
2. दिए हुए कोण ABC के शीर्ष A को केन्द्र मान कर किसी त्रिज्या को लेकर एक चाप खींचिए जो रेखाखंड AB तथा AC को क्रमशः बिन्दुओं E और F पर काटता है। इसी त्रिज्या या दूरी से P को केन्द्र मान कर एक चाप RS खींचिए।
3. अब परकार में EF दूरी लीजिए।
4. R को केन्द्र मानकर EF दूरी के बराबर एक चाप खींचिए जो पूर्व चाप RS को एक बिन्दु M पर काटता है।
5. PM को मिलाकर किसी बिन्दु N तक बढ़ाइए। यही कोण QPN दिए हुए कोण BAC के बराबर होगा।

सत्यापन :

इन्हें कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

अपनी उत्तर पुस्तिका पर निर्मेय 2 की भांति रचना कीजिए और $\angle BAC$ तथा $\angle QPN$ को चाँदा की सहायता से मापकर उनके माप लिखिए। क्या $\angle BAC$ तथा

$\angle QPN$ के मान बराबर हैं?

हम पाते हैं कि $\angle BAC$ तथा $\angle QPN$ के मान बराबर हैं।

प्रयास कीजिए :

ट्रेसिंग पेपर की सहायता से $\angle BAC$ तथा $\angle QPN$ के मानों की समानता की जांच कीजिए।

निर्मेय 3

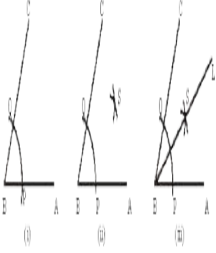
दिए हुए कोण को समद्विभाजित करना।

ज्ञात है : कोण ABC

रचना करनी है : $\angle ABC$ का समद्विभाजन

रचना के चरण :

1. शीर्ष B को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो भुजा BA को बिन्दु P पर तथा भुजा BC को बिन्दु Q पर काटता है।



2. P और Q को केन्द्र मान कर उसी त्रिज्या या PQ के आधे से अधिक माप की त्रिज्या का चाप खींचिए जो एक दूसरे को एक बिन्दु S पर काटते हैं।
3. बिन्दु B और बिन्दु S को मिला कर L तक बढ़ाइए।
यही रेखाखंड BL, $\angle ABC$ को समद्विभाजित करता है।
इस रेखाखंड को कोण ABC का समद्विभाजक या अर्धक भी कहते हैं।

सत्यापन :

इन्हें कीजिए, देखिए और निष्कर्ष निकालिए।

अपनी उत्तर पुस्तिका पर निर्मेय 3 की भांति किसी कोण ABC की समद्विभाजक रेखाखंड BL खींचिए और $\angle ABL$ तथा $\angle CBL$ की माप चाँदा की सहायता से

ज्ञात कीजिए। क्या $\angle ABL$ और $\angle CBL$ के माप समान हैं?

हम पाते हैं कि $\angle ABL$ और $\angle CBL$ के माप समान है।

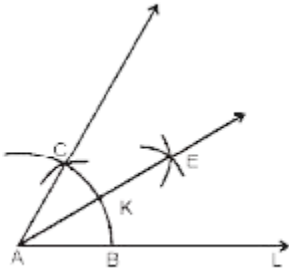
सोचिए

त्रिज्या की लम्बाई आधे से अधिक क्यों ली जाती है।

कोणों की समद्विभाजक रेखा खींचकर छोटे माप के कोण खींचना।

प्रयास कीजिए और निष्कर्ष निकालिए

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक रेखाखंड AL खींचिए। बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो रेखाखंड को बिन्दु B पर काटता है। अब B को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से एक और चाप खींचिए जो पहले चाप को बिन्दु C पर काटता है। AC को मिलाकर बढ़ाइए। $\angle CAL$ कितने अंश का कोण होगा ? हम देखते हैं कि यह 60° का कोण है। अब $\angle LAK$ को समद्विभाजित कीजिए। $\angle LAK$ का मान बताइए।



आकृति 4.4

$$\angle LAK = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} (60^\circ) = 30^\circ = \angle CAK$$

अतः

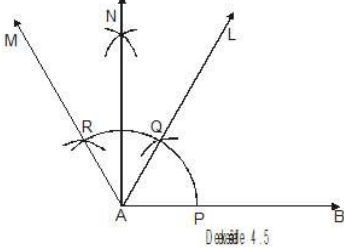
कोणों को समद्विभाजित करके छोटे माप के कोण खींचे जा सकते हैं ।

इन्हें कीजिए, तर्क कीजिए और निष्कर्ष निकालिए

- अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक रेखाखंड AB खींचिए। रेखाखंड AB के बिन्दु A को केन्द्र मान कर किसी त्रिज्या से एक चाप लगाइए जो रेखाखंड AB को P पर काटता है। पुनः

बिन्दु P को केन्द्र मान कर उसी त्रिज्या से चाप PQ तथा Q से चाप QR खींचिए। AQ और AR को मिला कर आगे बढ़ाइए।

$$\angle LAB = 60^\circ \text{ और } \angle MAB = 120^\circ$$



अब $\angle QAR$ को समद्विभाजित कीजिए। $\angle QAR$ की समद्विभाजक रेखाखंड AN को मिलाकर आगे बढ़ाइए।

$\angle QAN$ और $\angle RAN$ को मापिए। हम देखते हैं कि प्रत्येक कोण 30° का है।

$\angle BAN$ का माप बताइए।

$$\angle BAN = \angle BAQ + \angle QAN$$

$$= 60^\circ + 30^\circ$$

$$= 90^\circ$$

अभ्यास 4 (b)

1. अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक 60° का कोण बना कर पटरी परकार की सहायता से उसे समद्विभाजित कीजिए।
2. कोई कोण PQR खींचिए। एक किरण इस प्रकार खींचिए कि $\angle PQS = \angle RQS$ ।
3. एक 60° का कोण खींच कर पटरी परकार की सहायता से इसको चार बराबर भागों में विभक्त कीजिए, और नापकर सत्यापित कीजिए।
4. एक समकोण बनाइए तथा उसके समद्विभाजक की रचना कीजिए।
5. अपनी अभ्यास पुस्तिका पर एक $\angle PQR$ बनाइए तथा एक दूसरा कोण इससे छोटा $\angle BAC$ बनाइए। एक ऐसी रेखा QN खींचिए जिससे $\angle PQN = \angle PQR = \angle BAC$ हो जाय।

निर्मेय 4

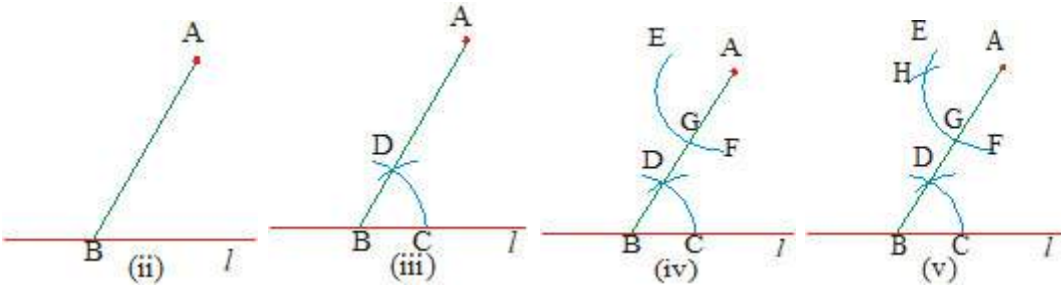
किसी दिए हुए बिन्दु से जाने वाली एक दी हुई रेखा के समांतर रेखा खींचना।

ज्ञात है : एक रेखा l और उसके बाहर बिन्दु A

रचना करनी है : बिन्दु A से जाने वाली रेखा l के समान्तर रेखा की।

रचना के चरण :

1. रेखा l पर बिन्दु B लीजिए। A से l को मिलाइए।
2. बिन्दु B को केन्द्र मानकर कोई त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए जो रेखा l को बिन्दु C तथा रेखाखण्ड BA को बिन्दु D पर काटता है।

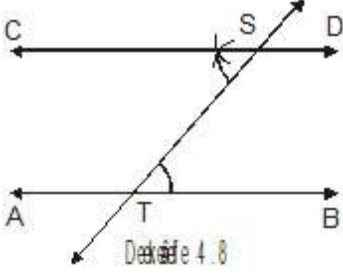


3. बिन्दु A को केन्द्र मानकर चरण 2 वाली त्रिज्या लेकर एक EF खींचिए जो रेखा खण्ड BA को बिन्दु G पर काटता है।
4. परकार की सहायता से DC को नापिए तथा G को केन्द्र मानकर DE त्रिज्या का एक लगाया जो चाप GE को बिन्दु H पर काटता है।
5. अब बिन्दु H से बिन्दु A को मिलाती हुई रेखा खींचिए।
रेखा l तथा रेखा m अभीष्ट समान्तर रेखा हैं।

नोट : $\angle ABC$ तथा $\angle BAH$ एकान्तर कोण हैं। $\angle ABC = \angle BAH$

प्रयास कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए।

- एक रेखा AB खींचिए जिसके बाहर कोई बिन्दु S स्थित है। बिन्दु S से जाती हुई कोई तिर्यक रेखा ST खींचिए। रेखा ST पूर्व रेखा AB को बिन्दु T पर प्रतिच्छेदित करती है। रेखा ST के बिन्दु S पर $\angle STB$ के बराबर $\angle CST$ की रचना कीजिए।



बिन्दु S से होकर खींची गई रेखा CD रेखा AB के समांतर है। क्यों?

निष्कर्ष : $\angle STB = \angle CST$ (एकांतर कोण)

इसलिए रेखा CB और AB समान्तर रेखा हैं ।

अभ्यास 4 (c)

1. अपनी अभ्यास पुस्तिका पर दो समांतर रेखाएँ AB और CD खींचिए। बिन्दु A और C पर क्रमशः 30° और 60° के कोण बनाती हुई रेखाखंड AM और रेखाखंड CM बनाइए। $\angle AMC$ का माप ज्ञात कीजिए।
2. पटरी और परकार की सहायता से एक वर्ग की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी है। विकर्ण की लंबाई को माप कर उसका मान लिखिए।
3. 4 सेमी माप के रेखा खंड AB के अन्त बिन्दु A पर $\angle BAC = 60^\circ$ की रचना कीजिए। बिन्दु B से AC के समांतर रेखा खींचिए।
4. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जब कि $BC = 4$ सेमी, $CA = 8$ सेमी, और $AB = 6$ सेमी। AB के मध्य बिन्दु से BC के समांतर रेखा खींचिए जो AC को बिन्दु M पर काटे। AM तथा CM की लंबाई को मापकर लिखिए। क्या $AM = CM$ है?

निर्मेय 5

दिए गए रेखाखंड पर दिए हुए एक बिन्दु से लम्ब खींचना।

(i) जब बिन्दु रेखाखंड पर स्थित हो।

ज्ञात है : रेखाखंड AB और उस पर स्थित बिन्दु P



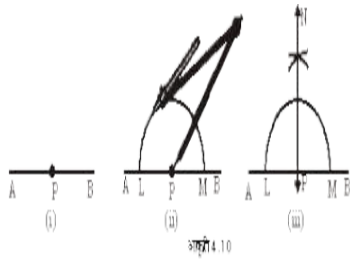
अभ्यास 4.9

रचना करनी है : बिन्दु P से रेखाखंड AB पर लम्ब की।

रचना के चरण :

1. रेखाखंड AB पर स्थित बिन्दु P को केन्द्र मान कर किसी त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो रेखा को L और M बिन्दु पर काटे।
2. बिन्दु L को केन्द्र मानकर LP से बड़ी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए।
3. बिन्दु M को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से एक और चाप लगाइए।
4. दोनों चाप एक दूसरे को बिन्दु N पर काटते हैं।
5. बिन्दुओं P, N को मिला कर दोनों ओर बढ़ाइए।

यही रेखा PN दी हुई रेखाखंड AB पर लम्ब होगी।



सत्यापन :

इन्हें कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए।

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर उपर्युक्त की भांति एक रेखाखंड AB पर एक P बिन्दु पर लंब NP खींचिए तथा $\angle NPA$ और $\angle NPB$ की माप ज्ञात करें। क्या PN, रेखा AB पर लम्ब है?।

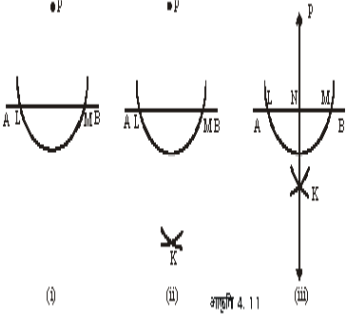
हम पाते हैं कि $\angle APN$ तथा $\angle BPN$ की माप 90° है। इस प्रकार PN, AB पर लम्ब है।

(ii) जब बिन्दु रेखाखंड के बाहर हो।

ज्ञात है : रेखाखंड AB तथा इसके बाहर स्थित कोई बिन्दु P

रचना करनी है : रेखाखंड AB पर P से लम्ब की ।

रचना के चरण :



1. बिन्दु P को केन्द्र मानकर उपयुक्त त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो रेखा AB को बिन्दुओं L और M पर काटे।
2. बिन्दु L को केन्द्र मानकर L M के आधे से अधिक दूरी की त्रिज्या ले कर बिन्दु P की विपरीत दिशा में एक चाप लगाइए।
3. बिन्दु M को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या से उसी दिशा में एक और चाप लगाइए। दोनों चाप एक दूसरे को K पर काटते हैं।
4. बिन्दुओं P, K को मिलाइए। यह रेखा Pख, रेखा AB को बिन्दु N पर काटती है। यही रेखा PN दिए हुए रेखाखंड AB पर लम्ब होगी।

सत्यापन :

इन्हें कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए।

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर उपर्युक्त की भांति एक रेखाखंड AB पर एक बाह्य बिन्दु P से लंब PN खींचिए और $\angle PNA$ तथा $\angle PNB$ की माप चाँदे की सहायता से ज्ञात करिए। क्या रेखा PN रेखाखंड AB पर लंब है।

हम पाते हैं कि $\angle PNA = \angle PNB = 90^\circ$ है। इस प्रकार रेखा PN, रेखाखंड AB पर लम्ब है।

अभ्यास 4 (d)

1. एक रेखाखंड AB खींचिए। इस पर कोई बिन्दु M अंकित कीजिए। M से होकर रेखाखंड AB पर एक लंब पटरी और परकार द्वारा खींचिए।
2. एक रेखाखंड PQ खींचिए। कोई बिन्दु R लीजिए जो रेखा PQ पर न हो। R से होकर रेखा PQ पर एक लंब खींचिए।

3. 5 सेमी का एक रेखाखंड MN खींचिए। रेखाखंड MN पर एक बिन्दु P लेकर, बिन्दु P से रेखाखंड MN पर एक लंब खींचिए।

दक्षता अभ्यास - 4

1. चाँ दा की सहायता से 30° का कोण खींचिए। अब पटरी और परकार की सहायता से इसे समद्विभाजित कीजिए। प्रत्येक कोण को माप कर सत्यापन कीजिए।
2. दो रेखाएँ AB और CD खींचिए जो बिन्दु O पर प्रतिच्छेदित करती हैं। इस प्रकार बने शीर्षाभिमुख कोण COA और कोण BOD को पटरी और परकार की सहायता से समद्विभाजित करके सत्यापित कीजिए कि इनके समद्विभाजक एक ही रेखा में हैं।
3. अपनी अभ्यास पुस्तिका पर कोई दो असमान न्यूनकोण खींचिए। इन कोणों के अन्तर के बराबर एक कोण की रचना कीजिए।
4. पटरी और परकार की सहायता से $(7\frac{1}{2})^\circ$ और $(22\frac{1}{2})^\circ$ के कोणों की रचना कीजिए।
5. एक 3 सेमी माप के रेखाखंड AB के सिरे A पर लम्ब AC=3 सेमी खींचिए। बिन्दुओं B, C को मिलाइए। कोणों को मापकर सत्यापित कीजिए कि $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$
6. एक 5 सेमी माप का रेखाखंड AB खींचिए। बिन्दुओं A और B पर क्रमशः 60° और 120° के कोणों की रचना पटरी और परकार की सहायता से खींचिए। इन कोणों के अर्धक खींचिए। मान लीजिए कि ये बिन्दु C पर मिलते हैं। $\angle ACB$ को नापिए।
7. किसी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसमें दो जीवा PQ और QR लीजिए। इन जीवाओं के लम्बार्धक खींचिए। इनके प्रतिच्छेद बिन्दु C से P, Q और R को मिलाइए। रचना द्वारा सत्यापित कीजिए कि बिन्दु C वृत्त का केन्द्र हैं।
8. एक त्रिभुज PQR खींचिए। इनके अन्तः कोणों के समद्विभाजक खींचिए। क्या ये एक A बिन्दु पर मिलते हैं?

9. एक त्रिभुज ABC खींचिए। इनकी भुजाओं के लम्ब समद्विभाजक खींचिए। क्या ये एक ही बिन्दु पर मिलते हैं?

10. पटरी और परकार की सहायता से 210° के कोण की रचना कीजिए।

(संकेत : $210^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ$)

11. एक रेखा l खींचिए और उस पर एक बिन्दु X लीजिए। X से होकर, रेखा पर एक लम्ब रेखाखंड XY खींचिए। अब Y से होकर रेखाखंड XY पर एक लम्ब पटरी और परकार द्वारा खींचिए।

इस इकाई में हमने क्या सीखा

1. हमने पटरी एवं परकार की सहायता से निम्न रचनाओं की विधियों के बारे में अध्ययन किया है।
 - i) दिए हुए रेखाखंड की लम्ब समद्विभाजक रेखा खींचना।
 - ii) दिये हुए कोण के बराबर कोण की रचना करना।
 - iii) दिए हुए कोण की समद्विभाजक रेखा खींचना।
 - iv) दी हुई रेखा के समांतर रेखा खींचना।
 - v) दिए गए रेखाखंड पर दिए गए बिन्दु से लम्ब खींचना जब कि
 - (a) बिन्दु रेखाखंड पर स्थित हो।
 - (b) बिन्दु रेखाखंड के बाहर हो।
2. दी गई रेखा के समांतर रेखा खींचने के लिए हमने निम्न अवधारणा का प्रयोग किया।
 - i) दो रेखाओं को किसी तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेद करने पर यदि उनके एकांतर कोण बराबर हों तो दोनों रेखाएँ समांतर होती हैं।
 - ii) दो रेखाओं को किसी तिर्यक रेखा द्वारा प्रतिच्छेद करने पर यदि उनके संगत कोण बराबर हों तो दोनों रेखाएँ समांतर होती हैं।

अभ्यास 4 (a)

2. केन्द्र 0 पर; 3. 6 सेमी 5. हाँ, $PA=PB$

अभ्यास 4 (c)

1. $\angle AMC=90^\circ$ 2. लगभग 7.1 सेमी

दक्षता अभ्यास 4

6. $\angle ACB=90^\circ$