

इकाई -6 रेखीय समीकरण



- रेखीय समीकरण और उनका हल
- $ax + b = cx + d$ ($a \neq c$) प्रकार के रेखीय समीकरणों का हल
- व्रजगुणन विधि द्वारा रेखीय समीकरणों का हल
- रेखीय समीकरणों पर आधानित वार्तिक प्रश्न

6.1. भूमिका

पिछली कक्षा में आपने बीजीय व्यंजक और समीकरण के बारे में जानकारी प्राप्त कर ली है, आपने पढ़ा है कि समीकरण व्यंजक के चर पर वह प्रतिबन्ध है जिसमें चर के विशिष्ट मान के लिए दोनों पक्षों के व्यंजकों के मान बराबर होते हैं। समीकरण में प्रयुक्त यदि चर की घात एक होती है तो ऐसे समीकरण को रेखीय समीकरण कहते हैं।

यहाँ पर हम एक ऐसे रेखीय समीकरण को हल करने की विधि सीखेंगे, जिसके दोनों पक्षों में चर (यथा $ax + b = cx + d$) हों, इसके अतिरिक्त कुछ रेखीय समीकरण जैसे

$\frac{ax+b}{cx+d} = k$ जहाँ ($cx + d \neq 0$) प्रकार के समीकरणों को व्रजगुणन विधि से हल करना सीखेंगे।

6.2 रेखीय समीकरण बनाना

आइए कुछ उदाहरण ले कर समीकरण बनाएँ।

उदाहरण 1 - कक्षा 7 की गणित अध्यापिका नीलम ने कहा दीप्ती मान लो तुम्हारे पास कुछ रुपये हैं, यदि इन रुपयों की संख्या के 5 गुने में 10 रुपया मिला दूँ तो तुम्हारे पास कितने रुपये होंगे। दीप्ती ने उत्तर दिया 60 रुपये हो जायेंगे। अध्यापिका ने कहा इसे समीकरण के रूप में लिखकर दिखाओ।

दीप्ती ने कहा - मान लीजिए मेरे पास x रुपये हैं।

x रुपये का 5 गुना $=5x$

अतः समीकरण होगा $5x + 10 = 60$

उदाहरण 2: अध्यापिका ने आशीष से कहा, आशीष तुम्हारे पास जो रुपये हैं उसका 10 गुना करके 20 रुपया मुझे दे दो तो तुम्हारे पास कितने रुपये बच जायेंगे, आशीष ने उत्तर दिया, मेरे पास 50 रुपये बचेंगे।

इसे समीकरण के रूप में लिखो,

माना आशीष के पास x रुपये हैं

x का 10 गुना $=10x$

$10x$ रुपये में से 20 रु देने पर, जो शेष बचता है

वह 50 रु के बराबर है।

अतः समीकरण $10x - 20 = 50$

प्रयास कीजिए :

निम्नलिखित कथनों से समीकरण बनाइए :

(i) किसी संख्या का तिगुना और 11 का योग 32 है

(ii) डेविड के पिता की आयु उसकी आयु के 5 गुने से 7 वर्ष कम है। डेविड के पिता की आयु 49 वर्ष है।

(iii) संख्याएँ x और 4 का योग 11 है।

(iv) एक संख्या x की चौथाई में से 4 घटाने पर 5 प्राप्त होता है।

(v) यदि x के एक तिहाई में 3 जोड़े तो आपको 5 प्राप्त होता है।

6.2.1 रेखीय समीकरणों को हल करना, जबकि एक पक्ष में व्यंजक और दूसरे पक्ष में संख्या हो

समीकरण $x + 3 = 7$ पर विचार कीजिए।

यहाँ चर x को पृथक करने के लिए दोनों पक्षों से 3 घटायेंगे।

$$\text{उदाहरण 1 } x + 3 = 7$$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$x = 7 - 3$$

$$x = 4$$

यही समीकरण का हल है

इसी प्रकार निम्नलिखित समीकरण पर ध्यान दीजिए

$$x - 5 = 9$$

इस समीकरण में चर को पृथक करने के लिए दोनों पक्षों में 5 जोड़ना होगा।

$$x - 5 + 5 = 9 + 5$$

$$x = 9 + 5$$

$$x = 14$$

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित समीकरणों को हल कीजिए

(i) $x + 2 = 4$ (ii) $5x = 20$ (iii) $\frac{x}{4} = 4$

6.2.2 रेखीय समीकरणों को पक्षान्तर द्वारा हल करना :

समीकरण के एक पक्ष अंक या अक्षर संख्या को दूसरे पक्ष में ले जाने की क्रिया को पक्षान्तर कहते हैं। ध्यान दीजिए उदाहरण (1) में दोनों पक्षों से 3 घटाया और उदाहरण 2 के

दोनों पक्षों में 5 जोड़ा है। आपने देखा कि जो संख्या जोड़ी या घटाई जाती है वह संख्या दूसरे पक्ष में विपरीत चिह्न के साथ आ जाती है।

अतः शीघ्रता के लिए समीकरण के एक पक्ष की संख्या को आवश्यकतानुसार विपरीत चिह्न के साथ दूसरे पक्ष में रखा जा सकता है। इस प्रक्रिया को पक्षान्तरण कहते हैं।

उदाहरण 2 :समीकरण $x+5=3$ को हल कीजिए।

हल : $x + 5 = 3$

दोनों पक्षों से 5 घटाने पर, $x + 5 - 5 = 3 - 5$

या, $x = 3 - 5$

ध्यान दीजिए, बायें पक्ष का 5 दायें पक्ष में -5 के रूप में आ गया। इसे पक्षान्तर कहते हैं।

या, $x = -2$

किसी समीकरण को हल करते समय x का मान ज्ञात करने के लिए समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही संख्या को जोड़ते या घटाते हैं तो इस प्रक्रिया में संख्या के पक्षों में परिवर्तन होता है।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि किसी पद का पक्षान्तर करने पर उसके चिह्न $+, -$ क्रमशः $-, +$ में बदल जाते हैं।

प्रयास कीजिए :

• निम्नालिखित प्रश्नों में पक्षान्तर क्रिया करके समीकरण हल कीजिए।

(i) $x + 7 = 12$ (ii) $x - 5 = 8$ (iii) $x - 3 = -6$

कोई धनात्मक पद एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाने पर ऋणात्मक हो जाता है।

कोई ऋणात्मक पद एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाने पर धनात्मक हो जाता है।

पुनः दीप्ती और आशीष द्वारा बनाए गये समीकरण को याद कीजिए

दीप्ती द्वारा बनाया गया समीकरण है $5x + 10 = 60$ ----- (i)

आशीष द्वारा बनाया गया समीकरण $10x - 20 = 50$ ----- (ii)

हल 1. $5x + 10 = 60$

$5x = 60 - 10$ पक्षान्तर से

$5x = 50$

$$\frac{5x}{5} = \frac{50}{5} \quad \dots \text{ 5 से भाग देने पर}$$

$$x = 10$$

दीप्ती के पास 10 रुपये थे

$$\text{हल 2 } 10x - 20 = 50$$

$$10x = 50 + 20$$

$$10x = 70$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{70}{10}$$

$$x = 7$$

आशीष के पास 7 रुपये थे।

$$\text{उदाहरण 3 : } \frac{x}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$$

हल : $\frac{5}{2}$ को दाएँ पक्ष में पक्षान्तर करने पर

$$\frac{x}{3} = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{3} = -\frac{8}{2} = -4$$

$$\frac{x}{3} = -4$$

दोनों पक्षों में 3 से गुणा करने पर

$$\frac{x}{3} \times 3 = -4 \times 3$$

$$x = -12$$

$$\text{जाँच : बायाँ पक्ष} = \frac{x}{3} + \frac{5}{2} = -3$$

$$= \frac{-12}{3} + \frac{5}{2} \quad (x \text{ का मान रखने पर})$$

$$= -4 + \frac{5}{2} = \frac{-8+5}{2}$$

$$= \frac{-3}{2}$$

=दायाँ पक्ष

प्रयास कीजिए :

$$\frac{15}{4} - 7x = 9$$

हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए

$$\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$$

हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए

$ax + b = cx + d$ ($a \neq c$) समीकरण हल करना जब दोनों पक्षों में चर हो

आपने अब तक जो समीकरण हल किए उनमें दाएँ पक्ष में एक संख्या थी। लेकिन सदैव ऐसा होना आवश्यक नहीं है। दोनों पक्षों में चर राशि हो सकती हैं। उदाहरण के लिए, $3x - 5 = x + 3$ में दोनों पक्षों में चर है।

अब ऐसे समीकरणों को हल करना सीखेंगे।

उदाहरण 4: हल कीजिए $3x - 5 = x + 3$

हल : $3x - 5 = x + 3$ (-5 का पक्षान्तर करने पर)

या $3x = x + 3 + 5$

या $3x - x = 8$ (x का पक्षान्तर करने पर)

या $2x = 8$ दोनों पदों 2 से भाग देने पर

या $x = \frac{8}{2} = 4$

उदाहरण 5 : समीकरण $5x - 7 = x + 5$ को हल कीजिए।

हल : $5x - 7 = x + 5$

या, $5x = x + 5 + 7$ (-7 का पक्षान्तर करने पर)

या, $5x = x + 12$

या, $5x - x = 12$ (x का पक्षान्तर करने पर)

या, $4x = 12$

या, $\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$ (दोनों पक्षों में 4 से भाग देने पर)

$\therefore x = 3$

सत्यापन : $5x - 7 = x + 5$ **दायाँ पक्ष** $= x + 5 = 3 + 5$

बायाँ पक्ष $= 5x - 7 = 5 \times 3 - 7 = 8$

$$= 15 - 7$$

$$= 8$$

चूँकि $8=8$

अर्थात् बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

अतः प्राप्त हल सही है।

उदाहरण 6 : समीकरण $2(x - 1) = 10 - x$ को हल कीजिए।

हल : $2(x - 1) = 10 - x$

या, $2x - 2 = 10 - x$ (कोष्ठक हल करने पर)

या, $2x = 10 - x + 2$ (-2 का पक्षान्तर करने पर)

या, $3x = 12$ ($-x$ का पक्षान्तर करने पर)

या, $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ (दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर)

$$\therefore x = 4$$

सत्यापन : $2(x - 1) = 10 - x$

दायाँ पक्ष = $2(x - 1)$ **बायाँ पक्ष** = $10 - x = 10 - 4$

$$= 2(4 - 1) = 2 \times 3 = 6$$

$$= 6$$

बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष, अतः प्राप्त हल सही है।

समीकरण को सरल रूप में बदलना

उदाहरण 7 : समीकरण $\frac{x-1}{4} + 2 = 1 + \frac{2x+3}{6}$ को हल कीजिए।

हल : $\frac{(x-1) \times 12}{4} + 2 \times 12 = 1 \times 12 + \frac{(2x+3) \times 12}{6}$

या, $\frac{(x-1) \times 12}{4} + 2 \times 12 = 1 \times 12 + \frac{(2x+3) \times 12}{6}$ (हर 4, 6 के ल0स012 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर)

या, $(x - 1) \times 3 + 24 = 12 + (2x + 3) \times 2$

या, $3x - 3 + 24 = 12 + 4x + 6$

या, $3x = 12 + 4x + 6 + 3 - 24$ (-3 तथा 24 का पक्षान्तर करने पर)

या, $3x = 4x - 3$

या, $3x - 4x = -3$ ($4x$ का पक्षान्तर करने पर)

या, $-x = -3$

$x = 3$ (-1 से दोनों पक्षों में भाग देने पर)

सत्यापन : $\frac{x-1}{4} + 2 = 1 + \frac{2x+3}{6}$

या, $\frac{2}{4} + 2 = 1 + \frac{9}{6}$ ($x = 3$ प्रतिस्थापित करने पर)

या, $\frac{10}{4} = \frac{15}{6}$

या, $\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$

बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

अतः प्राप्त हल सही है।

प्रयास कीजिए :

(iv) $4y + \frac{y}{5} = 21$ (v) $\frac{6y+1}{3} + 1 = \frac{7y-3}{3}$

(vi) $0.6x + \frac{4}{5} = 0.28x + 1.16$

अभ्यास 6 (a)

1. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए एवं अपने उत्तर की जाँच कीजिए :

(i) $3x - 5 = 4$ (ii) $5y + 2 = 3y + 8$

(iii) $3x + 12 = 24$ (iv) $6y - 9 = 2y + 15$

(v) $18 - 5y = 3y - 6$

2. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए और उत्तर की जाँच कीजिए :

(i) $\frac{x}{3} - 7 = 4$ (ii) $\frac{x}{3} + 2x = 14$

(iii) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$ (iv) $\frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 22$

3. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए और उत्तर की जाँच कीजिए :

$$(i) \frac{x-3}{5} + \frac{x-4}{7} = 6 - \frac{2x-1}{35}$$

$$(ii) \frac{x+3}{7} - \frac{2x-5}{3} = \frac{3x-5}{5} - 25$$

$$(iii) \frac{3y-2}{7} - \frac{5y-8}{4} = \frac{1}{14}$$

$$(iv) \frac{x+3}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2(x-2)}{3} - 2$$

4. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

$$(i) 1.5y - 7 = 0.5y \quad (ii) 2.8x = 5.4 + x$$

$$(iii) 0.5y + 0.2y = 0.3y + 2 \quad (iv) 0.16(5x - 2) = 0.4x + 7$$

5. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए एवं उत्तर की जाँच कीजिए :

$$(i) x + 2(x - 2) + 3x = 35$$

$$(ii) 3x - 2(x - 5) = 2(x + 3) - 8$$

$$(iii) 15(y - 4) - 2(y - 9) + 5(y + 6) = 0$$

$$(iv) 7(3 - 2x) + 3(5 - 4x) = 45$$

$$(v) 3(15 - 4x) + 5(3x - 7) = 15$$

वज्रगुणन विधि से $\frac{ax+b}{cx+d} = k$ जहाँ $cx + d \neq 0$ प्रकार के समीकरण हल करना -

उदाहरण : $\frac{20x+6}{3x+2} = 6$ को हल कीजिए।

हल: दोनों पक्षों में $(3x + 2)$ से गुणा कीजिए

$$= 6(3x + 2)$$

$$\text{या } 20x + 6 = 18x + 12$$

$$\text{या } 20x - 18x = 12 - 6 \text{ (पक्षान्तर विधि से)}$$

$$2x = 6 \text{ (दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर)}$$

$$\text{या } x = 3$$

इस प्रश्न को निम्न लिखित प्रकार से भी हल कीजिए

$$\frac{20x+6}{3x+2} = 6$$

या $\frac{20x+6}{3x+2} \times \frac{6}{1}$ (6 को $\frac{6}{1}$ लिख सकते हैं)

यहाँ दिखाये गये तीर के अनुसार बायें पक्ष के अंश $(20x + 6)$ का गुणा दायें पक्ष के हर 1 में कीजिए। इसी प्रकार बायें पक्ष के हर का गुणा दायें पक्ष के अंश में कीजिए और दोनों गुणनफलों के बीच समता का चिन्ह (=) लगा दीजिए। देखिए

$$(20x + 6) \times 1 = (3x + 2) \times 6$$

$$20x + 6 = 18x + 12$$

$$20x - 18x = 12 - 6$$

$$2x = 6 \text{ (दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर)}$$

$$x = 3$$

उत्तर की जाँच -

$$\text{बायें पक्ष में } x = 3 \text{ रखने पर}$$

$$\text{बाँया पक्ष} = \frac{20 \times 3 + 6}{3 \times 3 + 2}$$

$$= \frac{60 + 6}{9 + 2}$$

$$= \frac{66}{11}$$

$$= 6$$

दायाँ पक्ष

इस विधि को वज्रगुणन विधि कहते हैं।

उदाहरण : दो संख्याओं का अन्तर 44 है। इनमें से बड़ी संख्या में, छोटी संख्या से भाग देने पर भागफल 5 है। इस कथन से समीकरण बनाइए तथा समीकरण को वज्रगुणन विधि से हल कीजिए।

हल : मान लिया छोटी संख्या x है।
इसलिए बड़ी संख्या $x + 44$ होगी।

अतः दिये हुए प्रतिबन्ध के अनुसार

$$\frac{x+44}{x} = 5$$

$$x + 44 = 5x \text{ (वज्रगुणन से)}$$

$$x - 5x = -44 \text{ (44 तथा } 5x \text{ का पक्षान्तर करने पर)}$$

$$-4x = -44$$

$$x = 11$$

अतः छोटी संख्या और बड़ी संख्या = $11+44 = 55$

जाँच : यहाँ $55-11 = 44$

अतः संख्याओं का अंतर 44 है।

$$\text{बड़ी संख्या / छोटी संख्या} = 55/11 = 5$$

ध्यान दें

$\frac{ax+b}{cx+d} = k$ के रूप में समीकरणों का हल तभी सम्भव है, जब $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ तथा

$cx + d \neq 0$ यदि $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ तथा $cx+d=0$ है तो परिमय व्यंजक $\frac{ax+b}{cx+a}$ अचर हो जाता है और समीकरण नहीं बनता है। इसकी जाँच हेतु निम्नांकित उदाहरण देखिए।

उदाहरणार्थ - $\frac{x-2}{3x-6} = \frac{2}{1}$ को देखिए, $3x-6 \neq 0$ या $x \neq 2$

$$\text{यहाँ पर } \frac{x-2}{3x-6} = \frac{(x-2)}{3(x-2)} = \frac{1}{3} \text{ क्योंकि } x \neq 2$$

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित समीकरण बनते हैं या नहीं। यदि बनते हैं तो उन्हें हल कीजिए

1. $\frac{3x+4}{6x+8} = 12$

$$2. \frac{x+7}{2x-6} = 7$$

अभ्यास 6 (b)

1. किसी परिमेय संख्या का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि उसके अंश और हर में 5 जोड़ दें, तो नई संख्या का मान हो जाता है। संख्या ज्ञात कीजिए।

2. वज्रगुणन विधि से हल कीजिए -

$$(i) \frac{11x+7}{22x+13} = \frac{6}{7}$$

$$(ii) \frac{4+7x}{6x+2} = \frac{11}{12}$$

$$(iii) \frac{3}{4} = \frac{9+8x}{2x+6}$$

3. एक भिन्न का हर उसके अंश से 3 अधिक है। यदि अंश और हर दोनों में 5 जोड़ दिया जाता है, तो उसका मान $\frac{4}{5}$ हो जाता है। भिन्न ज्ञात कीजिए।

रेखीय समीकरण पर आधारित वार्तिक प्रश्न

निम्नलिखित सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए

:

क्रमांक	कथन	समीकरण	अपेक्ष संख्या
1.	किसी संख्या में 7 घटाने से शेषफल 13 आता है।	$x - 7 = 13$	20
2.	किसी संख्या और 9 का गुणफल 36 है।		4
3.	किसी संख्या में 4 से भाग देने पर भागफल 3 आता है।	$\frac{x}{4} = 3$	12
4.	किसी संख्या और 12 का योगफल 20 है।		
5.	किसी संख्या में 5 से भाग देने पर भागफल 6 आता है।		
6.	किसी संख्या का दूना 20 है।	$2x = 20$	10
7.	किसी संख्या का त्रिगुण 5 है।		
8.	किसी संख्या के त्रिगुण से 7 कम 6 है।		

निम्नलिखित समीकरणों को गणितीय कथनों के रूप में अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए और इन्हें संतुष्ट करने वाली संख्या ज्ञात कीजिए :

क्रमांक	समीकरण	कथन	उत्प्रेक्ष्य मान
1.	$x + 5 = 9$	किसी संख्या में 5 जोड़ने पर योगफल 9 हो जाता है।	
2.	$x - 1 = 19$		
3.	$5x = 30$		
4.	$\frac{x}{5} = 4$		

व्यावहारिक स्थितियों में सरल समीकरणों के अनुप्रयोग

आप ऐसे उदाहरण देख चुके हैं जिनमें दैनिक जीवन की भाषा से कथनों को ले कर उन्हें सरल समीकरण के रूप में बदला जा सका और इन समीकरण को हल करना भी सीख लिया है। इस प्रकार व्यावहारिक स्थितियों से सम्बन्धित समस्याओं का हल प्राप्त करने के लिए इन स्थितियों के संगत समीकरण बना लेते हैं। समीकरण हल करने पर समस्याओं का हल प्राप्त होता है।

उदाहरण 8 : किसी संख्या के तीन गुने और 12 का योग 72 है। संख्या ज्ञात कीजिए।

हल यदि अज्ञात संख्या को x मान लिया जाय तो उसका तीन गुना $3x$ होगा। प्रश्नसे ज्ञात है $3x$ और 12 का योग 72 है।

$$\text{अर्थात् } 3x + 12 = 72$$

$$3x = 72 - 12$$

$$3x = 60$$

3 से दोनों पक्षों में भाग देने पर

$$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$$

$$x = 20$$

$$\text{जाँच} = 3 \times 20 + 12$$

$$= 60 + 12$$

$$= 72 \text{ अतः अभीष्ट संख्या } 20 \text{ है।}$$

अब हम कुछ व्यावहारिक समस्याओं पर विचार करेंगे जो ज्ञात और अज्ञात राशियों के सम्बन्ध में उठती हैं और प्रायः शाब्दिक कथनों द्वारा व्यक्त की जाती हैं।

उदाहरण 9 : किसी संख्या के एक चौथाई से 1 घटाने पर शेषफल 1 है। वह संख्या बताइए।

हल : मान लीजिए कि वह संख्या x है।

संख्या का एक चौथाई x का $\frac{1}{4} = \frac{x}{4}$

प्रश्नानुसार; $\frac{x}{4} - 1 = 1$

या, $\frac{x}{4} = 1 + 1$

या, $\frac{x}{4} = 2$

या, $x = 2 \times 4$

अर्थात् $x = 8$

अतः वह संख्या 8 है।

उत्तर की जाँच : संख्या = 8

संख्या का $\frac{1}{4} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$

संख्या के $\frac{1}{4}$ में से 1 घटाने पर मान = $2 - 1$

= 1

=दिया गया शेषफल

अतः हल सही है।

उदाहरण 10 : एक त्रिभुज के अन्तः कोण क्रमशः $3x^\circ$, $(2x + 20)^\circ$ तथा $(5x - 40)^\circ$ हैं। सिद्ध कीजिए कि यह एक समबाहु त्रिभुज है।

भुज के तीनों अन्तः कोणों का योगफल 180° होता है। अतः

$$3x^\circ + (2x^\circ + 20^\circ) + (5x^\circ - 40^\circ) = 180^\circ$$

$$\text{या, } 3x^\circ + 2x^\circ + 5x^\circ + 20^\circ - 40^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या, } 10x^\circ - 20^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या, } 10x^\circ = 180^\circ + 20^\circ$$

$$\text{या, } 10x^\circ = 200^\circ$$

$$\text{या, } x^\circ = 20^\circ$$

अतः त्रिभुज के तीनों अन्तः कोण क्रमशः

$$3x^0 = 3 \times 20^0 = 60^0$$

$$(2x + 20^0) = 2 \times 20^0 + 20^0 = 40^0 + 20^0 = 60^0$$

$$(5x - 40^0) = 5 \times 20^0 - 40^0 = 100^0 - 40^0 = 60^0$$

त्रिभुज के तीनों अन्तः कोण बराबर हैं। अतः यह एक समबाहु त्रिभुज है।

उदाहरण 11 : एक मालगाड़ी 40 किमी प्रति घंटे की चाल से 9 बजे प्रातः एक स्टेशन से निकली। एक डाकगाड़ी ने, जो 10 बजे प्रातः उसी स्टेशन से निकली, उस मालगाड़ी को दिन में एक अन्य स्टेशन पर 12 बजे पकड़ लिया। डाकगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : मालगाड़ी की चाल = 40 किमी प्रति घंटा

अतः 9 बजे से 12 बजे तक अर्थात् 3 घंटे में मालगाड़ी द्वारा चलित

$$\text{दूरी} = 3 \times 40 \text{ किमी}$$

$$= 120 \text{ किमी}$$

मान लीजिए कि डाकगाड़ी की चाल = x किमी प्रति घंटा। अतः

10 बजे से दिन में 12 बजे तक अर्थात् 2 घंटे में चली दूरी = $2x$

प्रश्नानुसार, $2x = 120$

$$\text{या, } \frac{2x}{2} = \frac{120}{2}$$

$$\text{या, } x = 60$$

अतः डाकगाड़ी की चाल = 60 किमी प्रति घंटा

सत्यापन : मालगाड़ी द्वारा 9 बजे से 12 बजे तक चली दूरी = 3×40 किमी

$$= 120 \text{ किमी}$$

डाकगाड़ी द्वारा 10 बजे से 12 बजे तक चली दूरी = 2×60 किमी

$$= 120 \text{ किमी}$$

अतः डाकगाड़ी, मालगाड़ी को 12 बजे पकड़ लेगी क्योंकि दोनों गाड़ियों द्वारा 12 बजे तक चली दूरियाँ बराबर हैं।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि दैनिक जीवन से संबंधित निम्नलिखित प्रकार के प्रश्नों को समीकरण द्वारा सरलता से हल किया जा सकता है।

1. संख्या सम्बन्धी
2. आयु सम्बन्धी
3. ज्यामिति सम्बन्धी
4. समय, दूरी और चाल सम्बन्धी
5. अन्य प्रश्न

समीकरणों को हल करने में निम्नलिखित प्रक्रिया को अपनाते हैं :

- हम समस्या को सावधानीपूर्वक पढ़कर पता लगाते हैं कि क्या ज्ञात करना है तथा क्या ज्ञात है।
- अज्ञात राशि को x, y, z या किसी अक्षर संख्या से व्यक्त करते हैं।
- यथा सम्भव प्रश्नमें दिये गये प्रत्येक शाब्दिक कथन को गणितीय कथन का रूप दे देते हैं।
- हम उन राशियों को खोजते हैं जो आपस में समान हों और फिर राशियों के स्थान पर उपर्युक्त व्यंजक लिखकर समीकरण बनाते हैं।
- तत्पश्चात् समीकरण को अज्ञात राशि के लिए हल करते हैं।
- अन्त में उत्तर की जाँच करते हैं कि प्राप्त हल प्रश्नमें दिये हुए प्रतिबन्धों को संतुष्ट करता है अथवा नहीं।

संक्षेप में हम सबसे पहले समस्याओं को समीकरण के रूप में व्यक्त कर लेते हैं। तत्पश्चात् समीकरण हल करके समस्या का समाधान करते हैं।

निम्नलिखित उदाहरणों में दैनिक जीवन से सम्बन्धित कुछ प्रश्नों को समीकरण द्वारा हल किया गया है।

• संख्या सम्बन्धी वार्तिक प्रश्न:

उदाहरण 12: यदि दो क्रमागत संख्याओं का योगफल 7 है, तो उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि पहली संख्या = x

इसलिए क्रमागत दूसरी संख्या = $x + 1$

दोनों क्रमागत संख्याओं का योग $= x + x + 1$

$$= 2x + 1$$

अतः प्रश्नानुसार,

$$2x + 1 = 7$$

$$\text{या, } 2x = 7 - 1$$

$$\text{या, } 2x = 6$$

$$\text{या, } x = \frac{6}{2}$$

$$\text{या, } x = 3$$

$$\text{पहली संख्या} = 3$$

$$\text{दूसरी संख्या} = 3 + 1 = 4$$

सत्यापन : दोनों क्रमागत संख्याओं का योग $= 3 + 4 = 7$

दिया गया योगफल

अतः हल सही है।

भास्कराचार्य प्रथम

ये सौराष्ट्र के निवासी थे तथा आर्यभट्ट की शिष्य परम्परा के अनमोल मोती थे। इन्होंने आर्यभट्ट के आर्यभटीय (499 ई.) ग्रन्थ पर 629 ई. में टीका लिखी थी। इनके महाभास्करीय और लघुभास्करीय दो ग्रन्थ हैं। इन्होंने महाभास्करीय ग्रन्थ में ज्योतिष सम्बन्धी प्रश्नों में आने वाले एक घातीय समीकरणों के हल दिये हैं।

उदाहरण 13 : दो क्रमागत सम संख्याओं का योगफल 10 है, संख्याएँ बताइए।

हल : मान लीजिए कि प्रथम सम संख्या $= 2x$

अतः दूसरी क्रमागत सम संख्या $= 2x + 2$

दोनों क्रमागत सम संख्याओं का योग $= 2x + 2x + 2$

अतः प्रश्नानुसार :

$$2x + 2x + 2 = 10$$

या, $4x = 10 - 2$ (2 का पक्षान्तर करने पर)

या, $4x = 8$

या, $x = \frac{8}{4}$ (4 से दोनों पक्षों में भाग देने पर)

या, $x = 2$

पहली सम संख्या $= 2x = 2 \times 2 = 4$

तथा दूसरी सम संख्या $= 2x + 2 = 2 \times 2 + 2 = 6$

सत्यापन : दोनों क्रमागत सम संख्याओं का योग $= 4 + 6 = 10$

=दिया गया योगफल

अतः हल सही है।

विशेष : ध्यान दें,

(i), $2x - 3, 2x - 1, 2x + 1, 2x + 3, \dots$, क्रमागत विषम संख्याएँ हैं।

(ii), $2x - 4, 2x - 2, 2x, 2x + 2, 2x + 4, \dots$, क्रमागत सम संख्याएँ हैं।

उदाहरण 14 नेहा, आदर्श एवं रजिया के पास क्रमशः $2y, (2y + 1)$ एवं $(3y - 2)$ रुपये हैं।

यदि तीनों के पास मिलाकर कुल 27 रुपये हों, तो आदर्श के पास कितने रुपये हैं ?

हल : नेहा के पास रुपयों की संख्या $= 2y$

आदर्श के पास रुपयों की संख्या $= 2y + 1$

रजिया के पास रुपयों की संख्या $= 3y - 2$

तीनों के पास मिलाकर कुल रुपयों की संख्या $= 2y + 2y + 1 + 3y - 2$

$= 7y - 1$

अतः प्रश्नानुसार,

$7y - 1 = 27$

या, $7y = 27 + 1$... (-1 का पक्षान्तर करने पर)

या, $7y = 28$

28

या, $y = \frac{28}{7}$ (दोनों पक्षों में 7 से भाग देने पर)

या, $y = 4$

आदर्श के रुपये = $(2y + 1)$ रुपये

= $(2 \times 4 + 1)$ रुपये

= 9 रुपये

अतः आदर्श के पास 9 रुपये हैं।

उदाहरण 15 : प्रबोध कुमार ने अपनी सम्पत्ति का $\frac{1}{3}$ भाग अपने पुत्र को, $\frac{1}{5}$ भाग अपनी पुत्री को तथा शेष भाग अपनी पत्नी को दिया। यदि पत्नी के भाग का मूल्य रु0 42,000 हो, तो प्रबोध कुमार के पास कितने रुपये की सम्पत्ति थी ?

हल : मान लीजिए प्रबोध कुमार के पास x रुपये मूल्य की सम्पत्ति थी,

पुत्र का भाग का $\frac{1}{3} = \frac{x}{3}$

तथा पुत्री का भाग x का $\frac{1}{5} = \frac{x}{5}$

पत्नी का भाग = शेष भाग

$$= x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{5} \right)$$

$$= x - \frac{x}{3} - \frac{x}{5}$$

अतः प्रश्नानुसार, $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 42000$

$$\text{या, } \frac{15x - 5x - 3x}{15} = 42000$$

$$\text{या, } \frac{7x}{15} = 42000$$

$$\text{या, } x = 42000 \times \frac{15}{7} \dots\dots \left(\frac{15}{7} \text{ से दोनों पक्षों में गुणा करने पर} \right)$$

या, $x = 90,000$

अतः प्रबोध कुमार के पास रु0 90,000 की सम्पत्ति थी।

अभ्यास 6 (c)

1. सही विकल्प चुनिए :

(a) किसी संख्या x और 7 का गुणनफल 28 है, तो वह संख्या है :

(i) 5 (ii) -4 (iii) 4 (iv) 7

(b) किसी संख्या x में 5 से भाग देने पर भागफल 7 आता है, तो वह संख्या है :

(i) 5 (ii) 2 (iii) 35 (iv) 7

(c) यदि एक विषम संख्या $2x + 1$ है, तो दूसरी क्रमागत विषम संख्या होगी :

(i) $2x + 2$ (ii) $2x + 3$ (iii) $2x$ (iv) $x + 1$

2. कुछ गणितीय कथनों को रेखीय समीकरणों के रूप में अभिव्यक्त किया गया है।

सही समीकरणों को छाँटिए :

(a) किसी धनात्मक संख्या के दो-तिहाई और एक-तिहाई में अन्तर 7 है :

$$\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}x = 7$$

(b) किन्हीं दो क्रमागत संख्याओं का योगफल 27 है : $x + (x + 1) = 27$

(c) किसी संख्या के दूने में 8 जोड़ने पर योगफल 50 है : $2y + 8 = 50$

(d) किसी संख्या के दो-तिहाई में 17 जोड़ने पर योगफल 19 प्राप्त होता है :

3. एक संख्या का $\frac{1}{2}$, उसी संख्या के $\frac{1}{4}$ से 15 अधिक है, संख्या ज्ञात कीजिए।

4. एक संख्या 7 से 4 बड़ी है, वह संख्या बताइए।

5. एक कक्षा में 45 विद्यार्थी हैं। यदि छात्रों की संख्या छात्राओं की $\frac{2}{3}$ हो, तो छात्राओं की संख्या बताइए।

6. एक संख्या के $\frac{1}{3}$ भाग में से उसका $\frac{1}{4}$ भाग घटाने पर 4 शेष है। संख्या बताइए।

7. आदर्श, डेविड और हमीद का कुल भार 44 किलोग्राम है। यदि डेविड का भार आदर्श के भार से 1.3 किग्रा अधिक एवं हमीद के भार से 2.1 किग्रा अधिक हो, तो तीनों का अलग-अलग भार ज्ञात कीजिए।
8. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योगफल 4 है। यदि दहाई के अंक से इकाई का अंक घटा दिया जाय, तो शेष 2 है। संख्या ज्ञात कीजिए।
9. दो क्रमागत संख्याओं का योगफल 21 है। उन संख्याओं को बताइए।
10. दो क्रमागत सम संख्याओं का योगफल 30 है। उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।
11. दो क्रमागत विषम संख्याओं का योगफल 40 है। उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।
12. एक भिन्न संख्या का हर 7 है। यदि उसके अंश और हर दोनों में 7 जोड़ दिया जाय, तो उस भिन्न का मान हो जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

आयु सम्बन्धी प्रश्न

उदाहरण 16 : सुनील की आयु उसकी बहन आशा की आयु से 10 वर्ष अधिक है। यदि 5 वर्ष पूर्व सुनील की आयु आशा की आयु की दोगुनी रही हो, तो दोनों की वर्तमान आयु अलग-अलग ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि सुनील की वर्तमान आयु= x वर्ष

आशा की आयु= $(x - 10)$ वर्ष

5 वर्ष पहले सुनील का आयु= $(x - 5)$ वर्ष

तथा 5 वर्ष पहले आशा की आयु= $(x - 10 - 5)$ वर्ष

= $(x - 15)$ वर्ष

अतः प्रश्नानुसार

$$(x - 5) = (x - 15) \cdot 2$$

$$\text{या, } x - 5 = 2x - 30$$

$$\text{या, } x - 2x = -30 + 5$$

$$\text{या, } -x = -25$$

$$\text{या, } x = 25$$

सुनील की वर्तमान आयु = 25 वर्ष

तथा आशा की वर्तमान आयु = $25 - 10 = 15$ वर्ष

उत्तर की जाँच : प्रथम शर्त के लिए : द्वितीय शर्त के लिए :

सुनील की आयु – आशा की आयु दोनों की 5 वर्ष पहले की आयु

$(25 - 15)$ वर्ष = 10 वर्ष = क्रमशः $(25 - 5)$ वर्ष तथा $(15 - 5)$ वर्ष

= क्रमशः 20 वर्ष तथा 10 वर्ष

सुनील की आयु, आशा की आयु की $20/10 = 2$ गुनी है।

प्राप्त हल प्रश्नके दोनों प्रतिबन्धों को संतुष्ट करता है।

अतः हल सही है।

उदाहरण 17: सलमा अपनी बहन रेशमा से 10 वर्ष बड़ी है। 4 वर्ष पहले सलमा की आयु रेशमा की दो गुनी थी। सलमा और रेशमा की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि रेशमा की वर्तमान आयु = x वर्ष

इसलिए सलमा की वर्तमान आयु = $(x + 10)$ वर्ष

4 वर्ष पहले रेशमा की आयु = $(x - 4)$ वर्ष

4 वर्ष पहले सलमा की आयु = $(x + 10 - 4)$ वर्ष

= $(x + 6)$ वर्ष

अतः प्रश्नानुसार

$$(x + 6) = 2(x - 4)$$

$$\text{या, } x + 6 = 2x - 8$$

$$\text{या, } x - 2x = -8 - 6$$

$$\text{या, } -x = -14$$

$$\therefore x = 14$$

रेशमा की आयु = 14 वर्ष

तथा सलमा की आयु = $(14 + 10) = 24$ वर्ष

सत्यापन : प्रथम शर्त के लिए द्वितीय शर्त के लिए

$$\begin{aligned}
& \text{सलमा की आयु} - \text{रेशमा की आयु} \\
& = (24 - 14) \text{ वर्ष दोनों की 4 वर्ष पहले की आयु} \\
& = 10 \text{ वर्ष} = (24 - 4) \text{ वर्ष तथा } (14 - 4) \text{ वर्ष} \\
& = 20 \text{ वर्ष तथा } 10 \text{ वर्ष}
\end{aligned}$$

20

सलमा की आयु रेशमा की आयु की **10** अर्थात् दो गुनी थी।
प्राप्त हल प्रश्नके दोनों प्रतिबन्धों को संतुष्ट करता है।
अतः हल सही है।

अभ्यास 6 (d)

1. माँ की आयु उसके पुत्र की आयु की 5 गुनी है। 8 वर्ष पश्चात् माँ पुत्र की आयु से 3 गुनी हो जायेगी। दोनों की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
2. अब्दुल अपने पिता से 25 वर्ष छोटा है। यदि 10 वर्ष पूर्व पिता की उम्र अब्दुल की उम्र की छः गुनी रही हो, तो अब्दुल की वर्तमान उम्र क्या है ?
3. माँ की उम्र पिता की उम्र से 5 वर्ष कम है। 10 वर्ष पूर्व दोनों की उम्र का अनुपात 5 : 6 था। माँ की वर्तमान उम्र बताइए।
4. माया अपने 5 वर्ष के बच्चे से इस समय 20 वर्ष बड़ी है। अब से कितने वर्ष पश्चात् उसकी उम्र बच्चे की उम्र की 3 गुनी हो जायेगी ?

ज्यामिति सम्बन्धी प्रश्न

उदाहरण 18 : एक समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाएँ $(2x + 3)$ सेमी एवं $(4x - 1)$ सेमी की है। यदि तीसरी भुजा $(3x - 2)$ सेमी की हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए तथा त्रिभुज का परिमाण बताइए।

हल : प्रश्नानुसार $2x + 3 = 4x - 1$

या, $2x - 4x = -1 - 3$

या, $-2x = -4$

या, $\frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2}$

या, $x = 2$

\therefore त्रिभुज की पहली भुजा = $(2x + 3)$ सेमी = $(2 \times 2 + 3)$ सेमी = 7 सेमी = दूसरी समान भुजा

तीसरी भुजा = $(3x - 2)$ सेमी = $(3 \times 2 - 2)$ सेमी = 4 सेमी

त्रिभुज का परिमाण = $(7 + 7 + 4)$ सेमी
= 18 सेमी

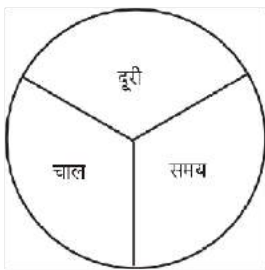
अभ्यास 6(e)

1. एक समकोण त्रिभुज के दो न्यूनकोणों का अनुपात 7 : 11 है। कोणों के मान ज्ञात कीजिए।
2. दो कोटिपूरक कोणों का अन्तर 200 है। प्रत्येक कोण की माप बताइए।
3. दो सम्पूरक कोणों का अन्तर 400 है। प्रत्येक कोण की माप क्या है ?
4. एक आयताकार मैदान 190 मीटर लम्बे तार से घिरा है। यदि मैदान की लम्बाई उसकी चौड़ाई की डेढ़ गुनी हो, तो मैदान की लम्बाई और चौड़ाई अलग-अलग ज्ञात कीजिए।

समय, दूरी एवं चाल सम्बन्धी प्रश्न

समय, दूरी एवं चाल से सम्बन्धित समस्याओं को हल करते

समय निम्नांकित सूत्रों का प्रयोग करते हैं।



1. दूरी = चाल \times समय

2. चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

3. समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

•दूरी, चाल एवं समय की इकाईयों को किमी, किमी प्रति घंटा और घंटा के रूप में अथवा मीटर, मी प्रति सेकंड और सेकंड के रूप में रखकर प्रश्न हल करते हैं। ऐसा न होने पर इकाई परिवर्तन कर लेते हैं।

$$1 \text{ किमी} = 1000\text{मी अथवा } 1 \text{ मीटर} = \frac{1}{1000} \text{ किमी}$$

$$1 \text{ किमी प्रति घंटा} = \frac{5}{18} \text{ मीटर प्रति सेकंड अथवा } 1 \text{ मीटर प्रति सेकंड} = \frac{18}{5} \text{ किमी प्रति घंटा}$$

$$1 \text{ घंटा} = 3600 \text{ सेकंड अथवा } 1 \text{ सेकंड} = \frac{1}{3600} \text{ घंटा}$$

उदाहरण 19 : एक रेलगाड़ी जिसकी लम्बाई 270 मीटर है, एक खम्भे को 9सेकंड में पार कर लेती है। उसकी चाल किमी प्रति घंटा में ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि उसकी चाल = x मी प्रति सेकंड

रेलगाड़ी अपनी लम्बाई के बराबर दूरी 9 सेकंड में तय करती है।

अतः प्रश्नानुसार

$$x \times 9 = 270 \dots\dots\dots (\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय})$$

$$\text{या, } x \times \frac{9}{9} = \frac{270}{9}$$

$$\text{या, } x = 30$$

रेलगाड़ी की चाल = 30 मी प्रति सेकण्ड

$$= \frac{30 \times 18}{5} \text{ किमी/घंटा}$$

$$= 108 \text{ किमी/घंटा}$$

उदाहरण 20 : एकस्कूटर यात्री यदि 24 किमी प्रति घंटा से स्कूटर चलाता है, तो वह नियत स्थान पर समय से 5 मिनट देर पहुँचता है और यदि वह 30 किमी प्रति घंटे की चाल से चलता है तो नियत स्थान पर समय से 4 मिनट पहले पहुँच जाता है। नियत स्थान की दूरी बताइए।

हल : मान लीजिए कि यात्रा की कुल नियत दूरी = x किमी

$$\text{समय } 5 \text{ मिनट} = \frac{5}{60} \text{ घंटा} = \frac{1}{12} \text{ घंटा}$$

तथा समय 4 मिनट = $\frac{4}{60}$ घंटा = $\frac{1}{15}$ घंटा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

x किमी की दूरी 24 किमी प्रति घंटे की चाल से तय करने में लगे समय = $\frac{x}{24}$ घंटा

प्रश्नानुसार समान चाल से चलने पर नियत स्थान पर पहुँचने का सही समय = $\left(\frac{x}{24} - \frac{1}{12}\right)$ घंटा
इसी प्रकार

x किमी की दूरी 30 किमी प्रति घंटे की चाल से तय करने में लगे समय = $\frac{x}{30}$ घंटा

प्रश्नानुसार समान चाल से चलने पर नियत स्थान पर पहुँचने का सही समय = $\left(\frac{x}{30} + \frac{1}{15}\right)$ घंटा
उपर्युक्त दोनों स्थितियों से प्राप्त सही समयों को बराबर करने पर

$$\frac{x}{24} - \frac{1}{12} = \frac{x}{30} + \frac{1}{15}$$

$$\text{या, } \frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{1}{15} + \frac{1}{12}$$

$$\text{या, } \frac{5x - 4x}{120} = \frac{4 + 5}{60}$$

$$\text{या, } \frac{x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\text{या, } \frac{x}{120} = \frac{3}{20}$$

$$\text{या, } x = \frac{3}{20} \times 120$$

या, $x = 18$ अतः नियत स्थान की दूरी 18 किमी है।

अभ्यास 6(f)

1. एक मालगाड़ी जिसकी लम्बाई 450 मीटर है, एक खम्भे को 18 सेकंड में पार करती है। उस मालगाड़ी की चाल किमी प्रति घंटा में ज्ञात कीजिए।

2. 1.3 किमी दूर खड़े आदर्श को एक गोले के फटने की आवाज उसके फटने से 4 सेकंड बाद सुनायी पड़ी। 0वनि की चाल मीटर प्रति सेकंड में ज्ञात कीजिए।
3. एक व्यक्ति 15 किमी की दूरी 3 घंटे में तय करता है जिसमें कुछ दूरी टहलते हुए तथा शेष दूरी दौड़कर तय करता है। यदि उसकी चाल टहलने में 3 किमी प्रति घंटा तथा दौड़ने में 9 किमी प्रति घंटा रही हो, तो उसने दौड़कर कितनी दूरी तय की थी ?
4. नसरीन घर से 3 किमी प्रति घंटा की चाल से विद्यालय जाती है और 4 किमी प्रति घंटा की चाल से वापस आती है। यदि उसे आने-जाने में कुल 21 मिनट लगे, तो उसके घर से विद्यालय कितनी दूर है ?
5. संजय साइकिल द्वारा 01 किमी प्रति घंटा की चाल से कार्यालय 6 मिनट विलम्ब से पहुँचा। यदि वह अपनी चाल 2 किमी प्रति घंटा बढ़ा देता, तो वह 6 मिनट पहले पहुँच जाता है। उसके घर से कार्यालय की दूरी ज्ञात कीजिए।
6. हामिद के घर से डेविड का घर 19 किमी दूर है। प्रातः 9 बजे वे एक दूसरे के घर के लिए साइकिल द्वारा प्रस्थान करते हैं। यदि हामिद की चाल 9 किमी प्रति घंटा और डेविड की चाल 10 किमी प्रति घंटा हो तो, वे दोनों हामिद के घर से कितनी दूरी पर तथा कब मिलेंगे ?
7. सरकार द्वारा अनाथालय के बच्चों को पुष्टाहार देने के लिए 200 ग्राम दलिया प्रति बच्चे की दर से वितरित किया गया। यदि कुल 20 किग्रा दलिया वितरित हुआ हो तो बच्चों की संख्या कितनी थी।
8. पन्द्रह अगस्त के उपलक्ष्य में एक स्कूल के बच्चों में कुल x किग्रा सेब वितरित हुआ। सेब का मूल्य ₹ रुपये प्रति किग्रा था। फल व्यापारी ने राष्ट्रीय पर्व के सम्मान में 10 रुपया प्रतिकिग्रा मूल्य कम लिया। सेब का कुल मूल्य 2000 रुपये की भुगतान राशि को समीकरण द्वारा दर्शाइए।

दक्षता अभ्यास 6

1. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

$$\frac{1}{3}x + 5 = 6$$

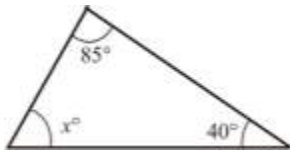
(a)

$$(b) 0.6 - 1.2x + 3 = -3$$

(c) $\frac{3}{7}x - 5 = 3 - \frac{x}{7}$

(d) $3(5x - 7) + 2(9x - 11) = 4(8x - 7) - 5$

2. किसी संख्या के 5 गुने से उसका 3 गुना घटाने पर शेषफल 18 है। वह संख्या बताइए।
3. दो क्रमागत विषम संख्याओं का योगफल उनके अन्तर का 6 गुना है। उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।
4. एक व्यक्ति एक बाग से कुछ फूल चुनता है। वह इन फूलों का $\frac{1}{2}$ भाग माली को, $\frac{1}{4}$ भाग फूलदान के लिए, $\frac{1}{6}$ भाग अपने पुत्र को, $\frac{1}{18}$ भाग अपनी पुत्री को तथा शेष 1 फूल अपनी पत्नी को भेंट करता है। उसने कुल कितने फूल चुने थे ?
5. रबिया और एबी की उम्र में 2 वर्षों का अन्तर है। यदि रबिया की उम्र एबी की उम्र के 2 गुने में 6 वर्ष कम हो, तो दोनों की उम्र ज्ञात कीजिए।
6. पिता की उम्र उसके पुत्र की आयु की 4 गुनी है। 6 वर्ष बाद पिता की आयु पुत्र की आयु के ढाई गुने से 6 वर्ष अधिक हो जायगी। दोनों की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
7. एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई से 5 सेमी अधिक है। यदि उसका परिमाण 26 सेमी हो, तो उसकी लम्बाई ज्ञात कीजिए।
8. एक समान्तर चतुर्भुज की एक भुजा $(2x - 1)$ सेमी तथा उसके सामने की भुजा $(4x - 6)$ सेमी है। भुजा की माप बताइए।
9. पाशर्वांकित चित्र में x का मान ज्ञात कीजिए।



10. एक महिला साइकिल से $(4x + 1)$ किमी की दूरी 5 घंटे में तय करती है। यदि उसकी चाल $(x - 2)$ किमी प्रति घंटा हो, तो तय की गयी दूरी ज्ञात कीजिए।

11. एक लड़की $2\frac{1}{2}$ घंटे में 20 किमी दूरी तय करती है। यदि उसने 5 किमी प्रति घंटा की चाल से कुछ दूरी पैदल चलकर और शेष दूरी को 10 किमी प्रति घंटा की चाल से साइकिल द्वारा तय की हो, तो उसके द्वारा पैदल चली गई दूरी ज्ञात कीजिए।
12. जब माधव 12 किमी प्रति घंटा की चाल से विद्यालय जाता है, तो वह 3 मिनट विलम्ब से पहुँचता है। किन्तु जब वह 16 किमी प्रति घंटा की चाल से विद्यालय जाता है, तो वह 2मिनट पहले पहुँचता है। उसके घर से विद्यालय की दूरी ज्ञात कीजिए।

एम.एस.ई

13. दो संख्याओं का योगफल 710 है। जब बड़ी संख्या को छोटी संख्या से भाग दिया जाता है तो भागफल 12 और शेषफल 8 आता है। तो बड़ी संख्या होगी। (2009)
- (क) 566 (ख) 656
(ग) 665 (घ) 654
14. यदि $2y + z = 17$, $2z + x = 15$ और $2x + y = 10$ तो $x + y + z$ का मान होगा
- (क) 42 (ख) 39
(ग) 41 (घ) 14
15. समीकरण $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3$ को हल करने पर x का मान प्राप्त होता है।
- i. $(a - b + c)$ ii. $(a + b + c)$
iii. $(a + b - c)$ iv. $(b + c - a)$

इस इकाई में हमने क्या सीखा ?

- समीकरण चर पर एक प्रतिबन्ध है, जिसमें दोनों पक्षों में व्यंजकों का मान सदैव बराबर होता है। समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही संख्या के जोड़ने, घटाने, गुणा करने अथवा शून्येतर संख्या से भाग देने पर समीकरण के संतुलन में कोई परिवर्तन नहीं होता है।
- किसी कथन को समीकरण के रूप में निरूपित करने की विधा की जानकारी दी गई है।

3. (i) किसी भी समीकरण को हल करने के लिए किसी संख्या का दोनों पक्षों में यथास्थिति जोड़, घटाना, गुणा एवं भाग करके चर का मान ज्ञात करते हैं।
- (ii) समीकरण को शीघ्रता से हल करने के लिए समीकरण के एक पक्ष या आंशिक भाग को दूसरे पक्ष में स्थानान्तरित कर समीकरण को हल करते हैं।
4. व्यावहारिक समस्याओं पर आधारित अज्ञात राशियों को चर के रूप में मानकर ज्ञात राशियों से सम्बन्ध स्थापित कर समीकरण कर समीकरण का रूप देते हैं तथा उसका हल ज्ञात करते हैं। ये व्यावहारिक समस्याएँ मुख्यतः संख्या सम्बन्धी, आयु सम्बन्धी, ज्यामिति, समय, दूरी और चाल सम्बन्धी हैं।

शेष

ब्रह्मगुप्त

दक्षिण राजस्थान के नगर भीलमान में इनका जन्म 598 ई. में हुआ। ब्रह्मगुप्त का कार्यकाल हर्षवर्धन के शासन काल के समकालीन था। इन्होंने उज्जयिनी (ग्वालियर) में रहकर अपनी अमर कृतियाँ लिखी एवं और गणित तथा ज्योतिष विषयक अनेक महत्वपूर्ण कार्य किये। बीजगणित में शून्य का उपयोग करने वाले ब्रह्मगुप्त पहले गणितज्ञ हैं।

इनके प्रसिद्ध ग्रन्थ ब्राह्मस्फुट में अंकगणित, बीजगणित और ज्यामिति के अनेक सूत्र दिये गये हैं। अंकगणितीय भाग में घनमूल, गुणन की चार विधियाँ, वर्ग, घन, भिन्न, अनुपात, ब्याज, शून्य, अनन्त की व्याख्या की गई है।

उत्तरमाला

अभ्यास 6 (a)

1. (i) 3, (ii) 3, (iii) 4, (iv) 6, (v) 3; 2. (i) 33, (ii) 6, (iii) 12, (iv) 24 ; 3. (i) 18, (ii) 25, (iii) 2, (iv) 5; 4. (i) -7, (ii) 3, (iii) 5, (iv) 18.3; 5. (i) 6.5, (ii) 12, (iii) $\frac{2}{3}$, (iv) $-\frac{9}{26}$, (v) $\frac{5}{3}$

अभ्यास 6 (d)

1. $\frac{4}{7}$, 2.(i) $-\frac{29}{25}$, (ii) $-\frac{13}{9}$, (iii) $-\frac{9}{13}$; 3. $\frac{7}{10}$

अभ्यास 6 (c)

1. (a) 4, (b) 35, (c) $2x + 3$; 2. (a) नहीं है, (b) है, (c) है, (d) है; 3. 60; 4. 11; 5. 27; 6. 48; 7. 14.5 किग्रा, 15.8 किग्रा, 13.7 किग्रा; 8. 31; 9. 10, 11; 10. 14, 16; 11. 19, 21; 12. $\frac{5}{7}$

अभ्यास 6 (d)

1. 40, 8; 2. 15 3. 35; 4. 5 वर्ष

अभ्यास 6 (e)

1. 35^0 , 55^0 ; 2. 35^0 , 55^0 ; 3. 70^0 , 110^0 ; 4. 57 मी, 38 मी

अभ्यास 6 (f)

1. 90 किमी प्रति घटा; 2. 325 मी/सेकण्ड; 3. 9 किमी; 4. 0.6 किमी; 5. 12 किमी; 6. 9 किमी, 10 बजे 7. 100बच्चे, 8. $x(m - 10) = 2000$

दक्षता अभ्यास 6

1. (a) 3, (b) 5.5 (c) 14, (d) 10; 2. 9; 3. 5, 7; 4. 36 फूल; 5. 10 वर्ष, 8 वर्ष; 6. 40 वर्ष, 10वर्ष; 7. 9सेमी; 8. 4सेमी; 9. 55^0 ; 10. 45 किमी; 11. 5 किमी; 12. 4 किमी 13. (ख) 656 14. (घ) 14