

## इकाई - 8 व्यंजकों का गुणनफल एवं सर्वसमिकाएँ



- व्यंजकों का गुणनफल
- सर्वसमिकाएँ :
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2 ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2 ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- समीकरण एवं सर्वसमिका में अंतर
- सर्वसमिकाओं का अनुप्रयोग

### भूमिका

हम  $2x$ ,  $x + 5$ ,  $y - 3$ ,  $-3x + 4$ ,  $6y - 12$  इत्यादि जैसे बीजीय व्यंजकों से परिचित हैं। इस अध्याय में हम एक पदीय व्यंजक में एक पदीय व्यंजकों का गुणा, दो पदीय व्यंजकों का गुणा तथा बहुपदीय व्यंजकों का गुणा स्तम्भ विधि और पंक्ति विधि से सीखेंगे। बीजगणित में व्यंजकों (expressions) को केन्द्रीय अवधारणा माना जाता है।

### 1. एक पदीय बीजीय व्यंजकों का गुणा

#### (i) बीजीय व्यंजक में संख्या का गुणा

आप कुछ ऐसी परिस्थितियों के बारे में सोच कर बताइए जिसमें बीजीय व्यंजकों का गुणा करना पड़ता है। सबीना ने उत्तर दिया कि किसी भी वस्तु को खरीदते समय उसका मूल्य

ज्ञात करने के लिए वस्तु की मात्रा में उसके क्रय दर का गुणा करना पड़ता है। जैसे यदि 5 किग्रा आम  $x$  रुपये प्रति किग्रा के दर से खरीदना हो तो 5 किग्रा आम का मूल्य ज्ञात करने के लिए 5 किग्रा को  $x$  रुपये से गुणा करना पड़ेगा।

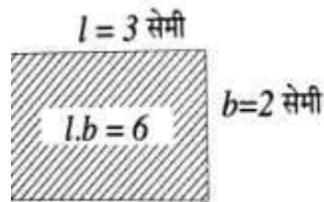
$$\begin{aligned} \text{मूल्य} &= 5 \times x \\ &= 5x \end{aligned}$$

अतः 5 किग्रा आम का मूल्य  $5x$  होगा।

इसी प्रकार

यदि किसी आयत की लम्बाई  $l=3$  सेमी और चौड़ाई  $b=2$  सेमी है तो इस आयत का क्षेत्रफल ज्यामितीय रूप से बने चित्र के अनुसार निरूपित होगा। (आकृति 8.1)

$$\text{क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} = l \times b$$



आकृति 8.1

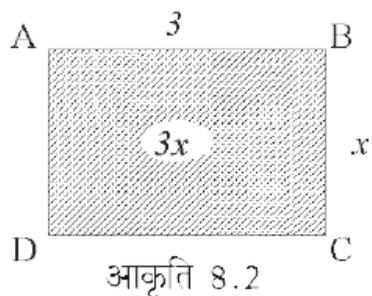
$$= 3 \text{ सेमी} \times 2 \text{ सेमी}$$

$$= 6 \text{ वर्ग सेमी}$$

**एक पदी को एक पदी से गुणा करना**

$$x \times 3 = x + x + x = 3 \times x = 3x$$

ज्यामितीय दृष्टि से यदि उपरोक्त कथन एक आयत जिसकी लम्बाई 3 इकाई तथा चौड़ाई  $x$  इकाई दर्शाता है तो इसका क्षेत्रफल  $3x$  वर्ग इकाई को निरूपित करता है। जिसे पाशर्वाकित चित्र में आच्छादित किया गया है। आकृति 8.2



**इसी प्रकार**

- $2x \times 4 = 2x + 2x + 2x + 2x = 4 \times (2x) = 8x$
- $3y \times 5 = 3y + 3y + 3y + 3y + 3y = 5 \times (3y) = 15y$
- $4 \times 2x = (4 \times 2)x = 8x$
- $5 \times 3y = (5 \times 3)y = 15y$

**अब निम्नलिखित गुणनफलों पर ध्यान दीजिए -**

i.  $x \times 3y = x \times 3 \times y = 3xy$

ii.  $3x \times 4y = 3 \times 4 \times x \times y = 12xy$

iii.  $5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y$

$= 5 \times (-3) \times x \times y$

ध्यान दीजिए एक पदियों के गुणनफल भी एक पदी होते हैं।

**प्रयास कीजिए :**

इसी प्रकार निम्नांकित व्यंजकों का गुणा कीजिए तथा ज्यामितीय रूप में निरूपित कीजिए।

(i)  $2x \times 6$  (ii)  $5 \times 4y$

अतः हम प्राप्त करते हैं कि

**किसी बीजीय व्यंजक को किसी संख्या से गुणा करने के लिए संख्या को बीजीय व्यंजक के गुणांक की संख्या से गुणा करते हैं।**

(ii) समान आधार वाले घातांकीय व्यंजकों का गुणा

हम जानते हैं कि

$$3x \times x = 3x^2$$

इसी प्रकार,  $4x^2 \times 5x^3 = (4 \times 5)x \times x \times x \times x \times x = 20x^5$

देखिए, दो सजातीय आधार वाले पदों के गुणनफल का घातांक, दोनों पदों के घातांकों के योगफल के बराबर है। अर्थात्  $x^2 \times x^3 = x^5 = x^{2+3}$

$$y^3 \times y^2 \times y = y \times y \times y \times y \times y = y^6$$

या  $y^3 \times y^2 \times y = y^{3+2+1} = y^6$

इसी प्रकार  $z^3 \times z^2 \times z^3$  का गुणा करके देखिए।

उपर्युक्त से हम पाते हैं कि

**समान आधार वाले बीजीय व्यंजकों का गुणनफल उसी आधार पर उनके घातांकों के योगफल के बराबर होता है।**

(iii) विभिन्न चर वाले एक पदीय व्यंजकों का गुणा

चर राशि का तात्पर्य यह है कि इसका मान स्थिर नहीं है।

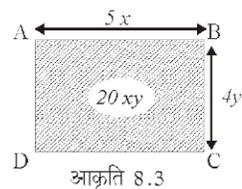
$x \times y$  को  $xy$  लिखते हैं।

अर्थात्  $x \times y = xy$

या,  $x \times y = xy$

इसी प्रकार  $x \times y \times z = xyz$

तथा  $a \times b \times c = abc$



या,  $a \times b \times c = abc$

गुणनफल में अक्षरों (चर राशियों) के बीच के गुणन चिह्न ( $\times$ ) को नहीं लिखते हैं। इसी प्रकार अचर तथा चर के गुणनफल में गुणन चिह्न ( $\times$ ) नहीं लिखते हैं। जैसे;  $2 \times x = 2x$

पुनः  $y \times x = yx = xy$  (गुणा के क्रम-विनिमेय नियम द्वारा)

$$b \times a = ba = ab$$

$$d \times c = dc = cd$$

**निम्नांकित गुणन की क्रिया को देखिए :**

**(i)**  $5x \times 4y = 5 \times x \times 4 \times y$  ज्यामितीय रूप में यह निम्न आकृति 8.3 में आच्छादित क्षेत्र को दर्शाता है -

$$= (5 \times 4) \times (x \times y)$$

$$= 20 \times x y$$

$$= 20 xy$$

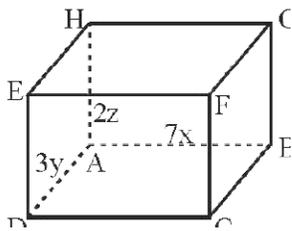
**(ii)**  $7x \times 3y \times 2z = 7 \times x \times 3 \times y \times 2 \times z$

$$= 7 \times 3 \times 2 \times (x \times y \times z)$$

$$= 42 \times x y z$$

$$= 42 xyz$$

ज्यामितीय दृष्टि से यह एक घनाभ को निरूपित करता है जिसकी लम्बाई (AB)  $7x$  इकाई, चौड़ाई (AD)  $3y$  इकाई, ऊँचाई (AH)  $2z$  इकाई है जैसा कि आकृति 8.4 में दर्शाया गया है तथा इसका आयतन  $42xyz$  घन इकाई है।



आकृति 8.4

**(iii)**  $4x^2 \times (-2y) \times (-3x) = 4 \times x^2 \times (-2) \times y \times (-3) \times x$

$$= 4 \times (-2) \times (-3) \times x^2 \times x \times y$$

$$= (-8) \times (-3) \times x^{2+1} \times y$$

$$= 24 \times x^3 y$$

$$= 24 x^3 y$$

**ध्यान दीजिए :**

हम जानते हैं कि माप ऋणात्मक संख्या में नहीं होती है, अतः प्रत्येक बीजीय गुणक को ज्यामितीय दृष्टि से निरूपित नहीं कर सकते हैं।

**प्रयास कीजिए :**

इसी प्रकार निम्नांकित बीजीय व्यंजकों का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i)  $3 z^2 \times 2 y^2 \times (-5 x^2)$

(ii)  $2 x^2 \times (-4 x^3) \times (-3 y^2)$

**उपर्युक्त सभी उदाहरणों से हम देखते हैं कि**

**(i) बीजीय व्यंजकों के गुणनफल का संख्यात्मक गुणांक, व्यंजकों के संख्यात्मक गुणांकों का गुणनफल होता है।**

**(ii) बीजीय व्यंजकों के गुणनफल का बीजीय गुणांक व्यंजकों के चर भागों का गुणनफल होता है।**

उदाहरण 1:  $3 x^2$  को  $5xy$  से गुणा कीजिए।

हल : प्रथम विधि (पंक्ति गुणा)

$$3 x^2 \times 5 x y = 3 \times x^2 \times 5 \times x \times y$$

$$= 3 \times 5 \times x^2 \times x \times y$$

$$= 15 \times x^{2+1} \times y$$

$$= 15 x^3 y$$

**द्वितीय विधि (स्तम्भवार गुणा)**

$$3 x^2$$

$$\frac{\times 5xy}{15x^3y}$$

**उदाहरण 2:**  $(-4x^2) \times (-3ay) \times \left(-\frac{2bx}{3}\right)$  का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } (-4x^2) \times (-3ay) \times \left(-\frac{2bx}{3}\right) = (-4) \times x^2 \times (-3) \times a \times y \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times b \times x$$

$$= \left[(-4) \times (-3) \times \frac{(-2)}{3}\right] \times (x^2 \times a \times y \times b \times x)$$

$$= \left[12 \times \frac{(-2)}{3}\right] \times (a \times b \times x^2 \times x \times y)$$

$$= -8 \times ab x^{2+1} y$$

$$= -8 a b x^3 y$$

**उदाहरण 3:**  $6 x y \times \frac{2}{3} x^2$  का गुणनफल ज्ञात कर मान ज्ञात कीजिए, यदि  $x = 1, y = 2$ .

$$\text{हल : } 6 x y \times \frac{2}{3} x^2 = \left(6 \times \frac{2}{3}\right) \times x \times y \times x^2$$

$$= 4 \times x \times x^2 \times y$$

$$= 4 \times x^{1+2} \times y$$

$$= 4 x^3 yz^2$$

$x$  और  $y$  के मान प्रतिस्थापित करने पर

$$4 x^3 y = 4 \times 1^3 \times 2$$

$$= 4 \times 1 \times 2$$

$$= 8$$

### अभ्यास 8 (a)

1. निम्नांकित के मान बताइए।

(i)  $4x \times (-7x)$

(ii)  $(-6x) \times 5x^2$

(iii)  $3 x^2 y \times 7 x y^2$

2. गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(i)  $4 x^2 \times 3 x^5$  (ii)  $3 y^2 \times 5 y^3 \times y$  (iii)  $5 x y \times (-3 x)$

(iv)  $(-4 a^2 y) \times (-b x^2)$  (v)  $(-3 x^2 y) \times (-5 x y^2)$  (vi)  $\left(\frac{3}{8} x^4 yz\right) \times (-16yz^2)$

(vii)  $(2 p) \times (-3 q) \times (-4 p q)$

3. निम्नांकित के गुणनफल ज्ञात कर मान ज्ञात कीजिए :

(i)  $x^2 \times 7 x^5 \times \frac{1}{7} x^3 \times (-6 x)$ , यदि  $x = 1$

(ii)  $2 x \times (-10 x y^2) \times 3 x^2 y$ , यदि  $x = 1, y = 2$

4. एक खेत में  $2x$  क्यारियाँ हैं। प्रत्येक क्यारी में  $xy$  पंक्तियाँ हैं। प्रत्येक पंक्ति में  $y^2$  टमाटर के पौधे लगे हैं। ज्ञात कीजिए :

(i) खेत में कुल कितने पौधे लगे हैं ?

(ii) यदि  $x = 3$ ,  $y = 2$ , तो कुल पौधों की संख्या कितनी है ?

## 2. एकपदीय व्यंजक और बहुपदीय व्यंजक का गुणा

हम जानते हैं कि

$$5 \times 16 = 5 (10 + 6) \text{ और } 7 \times 28 = 7 \times (30 - 2)$$

$$= 5 \times 10 + 5 \times 6 = 7 \times 30 - 7 \times 2$$

$$= 50 + 30 = 210 - 14$$

$$= 80 = 196$$

हम इस प्रकार के परिकलनों में वितरण नियम का उपयोग करते हैं।

(i)  $5 \times (x + 4) = 5 \times x + 5 \times 4$

$$= 5x + 20$$

(ii)  $8 \times (3x + 2y) = 8 \times 3x + 8 \times 2y$

$$= 24x + 16y$$

(iii)  $2x \times (4x - 3y) = 2x \times 4x - 2x \times 3y$

$$= 8x^2 - 6xy$$

(iv)  $3x \times (5x^2 - 4y) = 3x \times 5x^2 - 3x \times 4y$

$$= 15x^3 - 12xy$$

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित व्यंजकों का गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(i)  $5y(3x^2 - 2z)$  (ii)  $2y(5x + 2x^2)$

उपर्युक्त उदाहरणों से हम देखते हैं कि

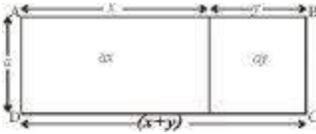
**एकपदीय व्यंजक से बहुपदीय व्यंजक में गुणा करने के लिए एक पदीय व्यंजक से बहुपदीय व्यंजक के प्रत्येक पद में गुणा करते हैं।**

ज्यामितीय निरूपण एवं सत्यापन :  $a(x + y) = ax + ay$

$a$  तर्था  $xy$  के गुणनफल को निम्नांकित आकृति 8.5 द्वारा दर्शाया जा सकता है।

आयत ABCD का क्षेत्रफल = आयत AEFD का क्षेत्रफल + आयत EBCF का क्षेत्रफल

$$\therefore a(x + y) = ax + ay$$



**आकृति 8.5**

**उदाहरण 1. :**  $5xy$  और  $3x^2 + xy$  का गुणा कीजिए।

**हल :** प्रथम विधि (पंक्ति विधि)

$$5xy \times (3x^2 + xy) = (5xy \times 3x^2) + (5xy \times xy)$$

$$= (5 \times 3) x \times y \times x^2 + 5 x \times y \times x \times y \times$$

$$= 15x^{1+2}y + 5x^{1+1} \times y^{1+1} \quad 15x^3y + 5x^2y^2$$

$$= 15 x^3 y + 5 x^2 y^2$$

### दूसरी विधि (स्तम्भ विधि)

$$3 x^2 + xy$$

$$\underline{\quad 5 x y}$$

$$15 x^3 y + 5 x^2 y^2$$

**उदाहरण 2. :**  $x (y - z) + y (z - x) + z(x - y)$  को सरल कीजिए।

**हल :**  $x (y - z) + y (z - x) + z(x - y)$

$$= xy - xz + yz - yx + zx - zy$$

$$= xy - xz + yz - xy + xz - yz$$

$$= xy - xy - xz + xz + yz - yz$$

$$= 0$$

### अभ्यास 8 (b)

1. गुणा कीजिए :

(i)  $-a - b$  और  $-x$  का (ii)  $2y$  और  $(y^2 + 5y)$  का

(iii)  $5a - 7b + c$  और  $3y$  का (iv)  $3x$  और  $(x^2 - 5x + 4)$  का

2. सरल कीजिए :

(i)  $2 x^2 y (x - y + z)$  (ii)  $3 xy^2 (2x - 3xy + 7y)$

(iii)  $(y^2 - 8y) (-y)$  (iv)  $2ab (5a - 7b + c)$

3. सरल कीजिए :

(i)  $2x (3x + 5y) - 5y (2x - 3y)$

(ii)  $x (y - z) + 2y (z - x) + z (x - y)$

(iii)  $y^2 (y^2 + 1) - y^3 (y + 1) + y (y^2 - y)$

(iv)  $x(1 + x^2) - x^2(x - 1) - (x + x^2)$

4. एक विद्यालय में  $2x$  कक्षाएँ हैं। प्रत्येक कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या  $(x^3 + 2x + 2)$  है। ज्ञात कीजिए :

(i) विद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या कितनी है ?

(ii) यदि  $x = 3$ , तो विद्यालय में कुल कितने विद्यार्थी हैं ?

5. एक रेलगाड़ी की चाल  $(2x^2 + x + 4)$  किमी प्रति घंटा है।

(i) वह  $3x$  घंटे में कितनी दूरी तय करेगी ?

(ii) यदि  $x=5$ , तो उपर्युक्त समय में रेलगाड़ी द्वारा चलित दूरी ज्ञात कीजिए।

6. एक न्याय पंचायत में  $2x + 3$  ग्राम सभायें हैं। प्रत्येक ग्राम सभा में  $x^2 + 5x + 6$  नलकूप हैं। तो न्याय पंचायत में कुल कितने नलकूप हैं।

7. एक विकास खण्ड में  $5x + 3$  विद्यालय में स्वच्छता के कारण प्रत्येक विद्यालय में  $5x - 3$  बालिकाएँ बढ़ जाती हैं, तो विकास खण्ड में कितनी बालिकाएँ बढ़ जाती हैं।

8. बाल दिवस के अवसर पर  $x + 5$  विद्यालयों के बच्चों द्वारा वृक्षारोपण किया गया। प्रत्येक विद्यालय के बच्चों ने  $x^2 - 5x + 25$  वृक्ष लगाए, तो बच्चों द्वारा कितने वृक्ष लगाये गये।

### 8.3. बहुपदीय व्यंजकों का गुणा

हम जानते हैं कि,

$$(a + b) \times p = ap + bp$$

यदि  $p = (c + d)$

$$\text{तो, } (a + b) \times (c + d) = a(c + d) + b(c + d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

इसी प्रकार,

$$(x + y) \times (z + 2) = x(z + 2) + y(z + 2)$$

$$= xz + 2x + yz + 2y$$

$$\text{तथा } (2x + 3)(y - z) = 2x(y - z) + 3(y - z)$$

$$= 2xy - 2xz + 3y - 3z$$

**प्रयास कीजिए :**

निम्नलिखित को सरल कीजिए :

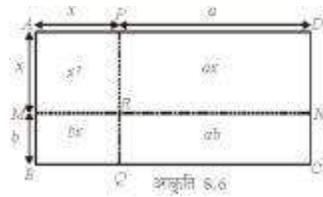
$$(i) (p + q) \times (r + y) \quad (ii) (2a - b) \times (3c + 2d)$$

अतः हम देखते हैं कि

**दो बहुपदीय व्यंजकों का परस्पर गुणा करने के लिए, प्रथम बहुपद के प्रत्येक पद से द्वितीय बहुपद के प्रत्येक पद में गुणा करते हैं।**

**ज्यामितीय निरूपण एवं सत्यापन :**  $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$

आयत ABCD का क्षेत्रफल =  $(x + a)(x + b)$



आयत AMND का क्षेत्रफल =  $x(x + a)$

आयत MBCN का क्षेत्रफल =  $b(x + a)$

पुनः आयत ABCD = आयत AMND + आयत MBCN

= वर्ग AMRP + आयत PRND + आयत MBQR + आयत RQCN

$$\therefore (x + a)(x + b) = x(x + a) + b(x + a)$$

$$= x^2 + ax + bx + ab$$

**उदाहरण 1 :**  $(2x + 3y)$  और  $(3x - 4y)$  का गुणा कीजिए।

**हल :** पंक्ति विधि

$$(2x + 3y) \cdot (3x - 4y)$$

$$= 2x (3x - 4y) + 3y (3x - 4y)$$

$$= 6x^2 - 8xy + 9xy - 12y^2$$

$$= 6x^2 + xy - 12y^2$$

स्तम्भ विधि

$$\begin{array}{r} 2x + 3y \\ \times (3x - 4y) \\ \hline 6x^2 + 9xy \quad (3x \text{ से गुणा}) \\ - 8xy - 12y^2 \quad (-4y \text{ से गुणा}) \\ \hline 6x^2 + xy - 12y^2 \end{array}$$

**उदाहरण 2:**  $(2x^2 + y^2)$  में  $(3x - 5y^2)$  से गुणा कीजिए। यदि  $x = 2$ ,  $y = 1$ , तो गुणनफल की सत्यता की

जाँच कीजिए।

$$\text{हल : } (2x^2 + y^2) \times (3x - 5y^2) = 2x^2 (3x - 5y^2) + y^2 (3x - 5y^2)$$

$$= 6x^3 - 10x^2 y^2 + 3xy^2 - 5y^4$$

**सत्यापन**  $x = 2$ ,  $y = 1$  प्रतिस्थापन करने पर,

$$(2x^2 + y^2) = 2 \times 2^2 + 1^2 = 8 + 1 = 9$$

$$3x - 5y^2 = 3 \times 2 - 5 \times 1^2 = 6 - 5 = 1$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = (2x^2 + y^2) \times (3x - 5y^2) = 9 \times 1 = 9$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = 6x^3 - 10x^2y^2 + 3xy^2 - 5y^4$$

$$= 6 \times 2^3 - 10 \times 2^2 \times 1^2 + 3 \times 2 \times 1^2 - 5 \times 1^4$$

$$= 48 - 40 + 6 - 5$$

$$= 54 - 45$$

$$= 9$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

**उदाहरण 3. :**  $(5x^2 - 6x + 9)$  में  $(2x - 3)$  से गुणा कीजिए।

हल

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 6x + 9 \\ \times \quad 2x - 3 \\ \hline x^3 - 12x^2 + 18x \\ - 15x^2 + 18x - 27 \\ \hline x^3 - 27x^2 + 36x - 27 \end{array}$$

## अभ्यास 8(c)

गुणनफल ज्ञात कीजिए :

1.  $(x + 2)(x + 5)$  2.  $(x - 4)(x + 7)$

3.  $(x - 3)(x - 8)$  4.  $(x^2 + 5)(x^2 - 7)$

5.  $(3x + 8)(4x - 7)$  6.  $(5x - 3y)(3x + 4y)$

7.  $(x^2 + 2xy + y^2)(x - y)$  8.  $(2x^2 + 3x - 7)(5x + 4)$

9.  $(x^2 - xy + y^2)$  में  $(x + y)$  से गुणा कीजिए। उत्तर की जाँच कीजिए, यदि  $x = 3, y = 2$ .

10.  $(x^2 + xy + y^2)$  में  $(x^2 - xy + y^2)$  से गुणा कीजिए। उत्तर की जाँच कीजिए, यदि  $x = 2, y = 1$ .

11. यदि कविता ने पुस्तक विक्रेता से  $(3x + 7)$  कापियाँ खरीदीं। यदि प्रत्येक कापी का मूल्य  $(2x - 1)$  रुपये हो, तो

(i) कुल कापियों का मूल्य कितना है ?

(ii) यदि  $x=5$ , तो कविता ने पुस्तक विक्रेता को कितने रुपये दिये ?

### 8.5. सर्वसमिकाएँ

1. समीकरण तथा सर्वसमिका में भेद

चर्चा कीजिए एवं निष्कर्ष निकालिए

बीजीय कथन  $2x = x + 3$  में चर  $x$  के विभिन्न मानों के लिए कथन के बायें पक्ष एवं दायें पक्ष का दी गयी सारणी में अवलोकन कीजिए :

$x$	बायाँ पक्ष (L.H.S.) $2x$	दायाँ पक्ष (R.H.S.) $x+3$
1	2	4
2	4	5
3	6	6
4	8	7

(i)  $x = 1$  के लिए बायाँ पक्ष का मान कितना है ?

(ii)  $x$  के किस मान के लिए बायें पक्ष का मान 8 है ?

(iii)  $x = 5$  के लिए दायें पक्ष का मान कितना होगा ?

(iv)  $x$  के किस मान के लिए बायाँ पक्ष एवं दायाँ पक्ष समान हैं ?

सारणी से स्पष्ट है कि  $x=3$  के लिए, बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

ऐसे समानता सूचक बीजीय कथन जो चर  $x$  के कुछ निश्चित मान (या मानों) के लिए संतुष्ट होते हैं, समीकरण कहलाते हैं और चर का वह निश्चित मान समीकरण का हल होता है।

अब बीजीय कथन  $x(x + 1) = x^2 + x$  में  $x$  के विभिन्न मानों के लिए दोनों पक्षों का दी गयी सारणी में अवलोकन कीजिए:

$x$	बायाँ पक्ष (L.H.S.) $x(x + 1)$	दायाँ पक्ष (R.H.S.) $x^2 + x$
1	2	2
2	6	6
3	12	12
4	20	20

- (i)  $x = 1$  के लिए बायाँ पक्ष का मान कितना है ?
  - (ii)  $x$  के किस मान के लिए बायें पक्ष का मान 20 है ?
  - (iii)  $x = 3$  के लिए दायाँ पक्ष कितना है ?
  - (iv)  $x$  का कौन सा मान है, जिसके लिए दोनों पक्षों के मान समान नहीं हैं ?
- यहाँ हम देखते हैं कि  $x$  के प्रत्येक मान के लिए बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

**ऐसा समानता सूचक बीजीय कथन जो चर के प्रत्येक मान के लिए सत्य होता है, सर्वसमिका कहलाता है।**

**उदाहरण 1.**  $x^2 + 3x - 5 = 1$  सर्वसमिका होने की जाँच कीजिए।

हल :  $x = 0$  के लिए बायाँ पक्ष =  $x^2 + 3x - 5$

$$= 0 + 0 - 5$$

$$= -5$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = 1$$

...  $x = 0$  के लिए बायाँ पक्ष  $\neq$  दायाँ पक्ष

अतः  $x^2 + 3x - 5 = 1$ , सर्वसमिका नहीं है।

## अभ्यास 8 (d)

1. निम्नलिखित में समीकरण तथा सर्वसमिका छाँ:कर अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए :

(i)  $x + 1 = 4$  (ii)  $2(x + 1) = 2x + 2$

(iii)  $3x = 2x + x$  (iv)  $2x - 1 = x$

### 2. दिखाइए कि

(i)  $3x(x + 1) = 3x^2 + 3x$  एक सर्वसमिका है।

(ii)  $x^2 - 1 = 8$  एक सर्वसमिका नहीं है।

(iii)  $2x(x + 3) = 2x^2 + 6x$  एक सर्वसमिका है।

(iv)  $5x - 1 = 9$  एक समीकरण है।

### 8.5.1 (i) सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

हम जानते हैं कि  $(a + b)^2 = (a + b)$  में  $(a + b)$  से गुणा

पंक्तिवार गुणा

$$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

स्तम्भवार गुणा

$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 \times (a + b) \\
 \hline
 a^2 + ab \\
 + ab + b^2 \\
 \hline
 a^2 + 2ab + b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

आंकिक सत्यापन : माना  $a = 2, b = 3$ , लेस

बायाँ पक्ष :  $(a + b)^2 = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

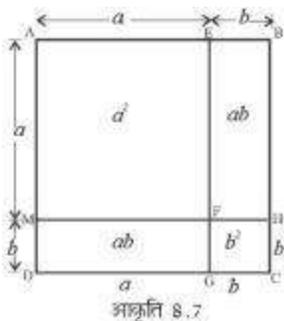
दायाँ पक्ष :  $a^2 + 2ab + b^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 3 + 3^2$

$$= 4 + 12 + 9 = 25$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

ज्यामितीय निरूपण एवं सत्यापन :

आकृति 8.7 में ABCD एक वर्ग है जिसकी



$$\text{भुजा} = a + b$$

$$\therefore \text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} = (a + b)^2$$

$$\text{वर्ग AEFM का क्षेत्रफल} = a^2$$

वर्ग EBHF का क्षेत्रफल =  $ab$

वर्ग MFGD का क्षेत्रफल =  $ab$

वर्ग FHCG का क्षेत्रफल =  $b^2$

चूंकि वर्ग ABCD का क्षेत्रफल =

वर्ग AEFM का क्षेत्रफल + आयत EBHF का क्षेत्रफल + आयत MFGD का क्षेत्रफल +  
वर्ग FHCG का क्षेत्रफल

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(\text{पहला पद} + \text{दूसरा पद})^2 = (\text{पहला पद})^2 + 2(\text{पहला पद}) \times (\text{दूसरा पद}) + (\text{दूसरा पद})^2$$

उपर्युक्त से यह अवलोकित होता है कि

**दो पदों के योग का वर्ग, उन पदों के वर्गों के योगफल में उन्हीं पदों के गुणनफल के दो गुने के जोड़ने से प्राप्त होता है।**

**उदाहरण 1 :**  $(x + 5)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

इसमें  $a=x$  तथा  $b=5$  प्रतिस्थापित करने पर,

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2x \times 5 + 5^2$$

$$= x^2 + 10x + 25$$

**उदाहरण 2 :**  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

इसमें  $a=x$  तथा  $b = \frac{1}{x}$  प्रतिस्थापित करने पर,

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

∴

### अभ्यास 8 (e)

सर्वसमिका  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  की सहायता से निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

1.  $(x + 3)^2$  2.  $(2x + 1)^2$  3.  $(3x + 2)^2$

4.  $(2x + y)^2$  5.  $(2y + z)^2$  6.  $(2 + x)^2$

7. एक बाग में  $(x + 2y)$  पंक्तियाँ हैं। प्रत्येक पंक्ति में  $(x + 2y)$  पेड़ लगे हैं। ज्ञात कीजिए :

(i) बाग में कुल कितने पेड़ हैं ?

(ii) यदि  $x = 3, y = 2$ , तो बाग में पेड़ों की कुल कितनी संख्या है ?

8. एक वर्गाकार खेत की भुजा  $(3x + y)$  मी लम्बी है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### 8.5.2 (ii) सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

हम जानते हैं कि  $(a - b)^2 = (a - b)$  में  $(a - b)$  का गुणा।

**गुणन की क्रिया :**

**पंक्ति विधि**

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$

$$= a(a - b) - b(a - b)$$

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} \text{स्तम्भ विधि} \\ a - b \\ \times a - b \\ \hline a^2 - ab \\ - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**आंकिक सत्यापन :**

**माना**  $a = 5, b = 3$ , तो

**बायाँ पक्ष:**  $(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = (2)^2 = 4$

**दायाँ पक्ष :**  $a^2 - 2ab + b^2$

$$= 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$

$$= 25 - 30 + 9$$

$$= 25 + 9 - 30 = 34 - 30 = 4$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

इसी प्रकार,  $(a - b)^2 = (a - b) (a - b)$

$$= a(a - b) - b(a - b)$$

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

अतः

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

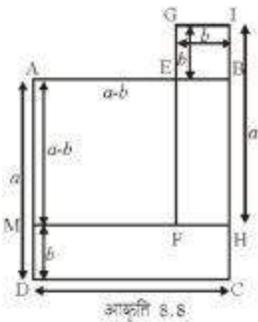
अतः यह एक सर्वसमिका है।

**प्रयास कीजिए :**

$a = 4, b = 1$  के लिए  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  का सत्यापन कीजिए।

तथा  $b$  के प्रत्येक मान के लिए  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  सत्य है।

**का ज्यामितीय निरूपण एवं सत्यापन**



वर्ग AMFE का क्षेत्रफल =  $(a - b)^2$

वर्ग ADCB का क्षेत्रफल =  $a^2$

वर्ग MDCH का क्षेत्रफल =  $ab$

वर्ग FHIG का क्षेत्रफल =  $ab$

वर्ग EBIG का क्षेत्रफल=  $b^2$

**वर्ग AMFE= वर्ग ADCB + वर्ग EBIG – आयत MDCH –आयत FHIG**

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 + b^2 - ab - ab$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(\text{पहला पद} - \text{दूसरा पद})^2 = (\text{पहला पद})^2 - 2 (\text{पहला पद}) \times (\text{दूसरा पद}) + (\text{दूसरा पद})^2$$

उपर्युक्त से अवलोकित होता है कि

**दो पदों के अन्तर का वर्ग, उन दोनों पदों के वर्गों के योगफल में से उन्हीं पदों के गुणनफल के दो गुने को घटाने से प्राप्त होता है।**

**उदाहरण 1 :**  $(x - 7)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

इसमें  $a=x$  तथा  $b=7$  रखें तो

$$(x - 7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$$

$$= x^2 - 14x + 49$$

**उदाहरण 2 :**  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

इसमें  $a = x$ ,  $b = \frac{1}{x}$  प्रतिस्थापित करने पर

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$= x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

### अभ्यास 8 (f)

सर्वसमिका  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  की सहायता से मान ज्ञात कीजिए :

1.  $(x - 5)^2$  2.  $(5x - 7)^2$  3.  $(2x - y)^2$

4.  $(3x - 2y)^2$  5.  $(3 - x)^2$  6.  $(2y - z)^2$

7. एक वर्गाकार खेत की एक भुजा की माप  $(3x - y)$  मी है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

8. एक खेत में  $(x - 2y)$  क्यारियाँ हैं। प्रत्येक क्यारी में  $(x - 2y)$  पपीते के पौधे लगे हैं।

(i) खेत में कितने पपीते के पौधे हैं ?

(ii) यदि  $x = 10$ ,  $y = 1$ , तो कुल पौधों की संख्या कितनी है ?

9. (i) एक कलम का मूल्य  $(2x - y)$  रुपये है। इसी प्रकार की  $(2x - y)$  कलमों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि  $x = 6$ ,  $y = 2$ , तो कुल कलमों का कितना मूल्य होगा ?

### 8.5.3 (iii) सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

पंक्ति विधि

$$(a + b) \times (a - b) = a(a - b) + b(a - b)$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - b^2 - ab - b^2$$

स्तम्भ विधि

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times a - b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2 + ab \\ - ab - b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2 - b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

आंकिक सत्यापन :

माना  $a = 4, b = 1$ , तो

$$\text{बायाँ पक्ष} = (a + b)(a - b)$$

$$= (4 + 1)(4 - 1) = 5 \times 3 = 15$$

**दायाँ पक्ष :**  $a^2 - b^2$

$$= 4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15$$

बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

अब आप  $a=3, b=2$  के लिए  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  का सत्यापन कीजिए।

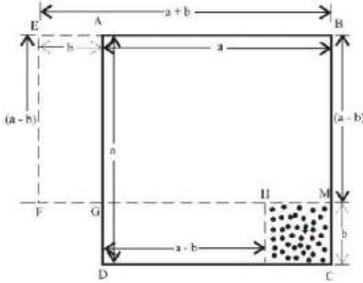
हम देखते हैं कि  $a$  तथा  $b$  के प्रत्येक मान के लिए  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  सत्य है।

अतः यह एक सर्वसमिका है।

**ज्यामितीय निरूपण एवं सत्यापन**

**क्रिया कलाप**

माना ABCD की भुजा  $a$  तथा वर्ग HMCI की भुजा  $b$  है। (आकृति 8.9)



**आकृति 8.9**

अतः वर्ग ABCD से वर्ग HMCI अलग करें तो आकृति ABMHID बनती है जिसका क्षेत्रफल  $a^2 - b^2$  है। इसमें से आयत GHID, जिसकी लम्बाई  $a - b$  तथा चौड़ाई  $b$  है, को का:कर Aउ के बगल में EAGF के रूप में जोड़ने पर आयत EBMF प्राप्त होता है जिसका क्षेत्रफल  $= (a + b) \cdot (a - b)$

आयत EBMF का क्षेत्रफल = वर्ग ABCD का क्षेत्रफल - वर्ग HMCI का क्षेत्रफल

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

उपर्युक्त से अवलोकित होता है कि

**दो पदों के योग तथा अन्तर का गुणनफल, उन पदों के वर्गों के अन्तर के समान होता है।**

इसके अतिरिक्त एक और अधिक उपयोगी सर्वसमिका पर ध्यान दीजिए

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$

$$= x^2 + xb + ax + b^2$$

$$= x^2 + x(a + b) + b^2 \quad (b + a = a + b)$$

**उदाहरण 1. :** सर्वसमिका  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  की सहायता से  $(x + 5)(x - 5)$  का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

इसमें  $a = x$  तथा  $b = 5$  प्रतिस्थापित करने पर,

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5^2$$

$$= x^2 - 25$$

**उदाहरण 2. :** सर्वसमिका  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  की सहायता से  $(3x + 2y) \times (3x - 2y)$  का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

इसमें  $a = 3x$  तथा  $b = 2y$  को प्रतिस्थापित करने पर,

$$(3x + 2y)(3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2$$

$$= 9x^2 - 4y^2$$

### अभ्यास 8 (g)

सर्वसमिका  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  का प्रयोग करके गुणनफल ज्ञात कीजिए ::

1.  $(5 + x)(5 - x)$  2.  $(y + 4)(y - 4)$

3.  $(2x + 3)(2x - 3)$  4.  $(3x + 4y)(3x - 4y)$

5. सर्वसमिका का प्रयोग कर  $(4x + 2y)(4x - 2y)$  का मान ज्ञात कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए, यदि  $x = 2, y = 1$ .

6. एक आयताकार मैदान की लम्बाई  $(2x + 1)$  मी तथा चौड़ाई  $(2x - 1)$  मी है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

7. (i) एक पुस्तक का मूल्य  $(3x + 1)$  रुपये है। इसी प्रकार की  $(3x - 1)$  पुस्तकों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि  $x = 3$ , तो पुस्तकों की संख्या कितनी होगी ?

(iii) यदि  $x = 4$ , तो पुस्तकें खरीदने में कुल कितने रुपये लगे ?

सर्वसमिका के प्रयोग से निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए -

8.  $153^2 - 147^2$

9.  $(12.1)^2 - (7.9)^2$

10.  $(983)^2 - (17)^2$

### 8.6. सर्वसमिकाओं का अनुप्रयोग

सर्वसमिकाओं का उपयोग द्विपद व्यंजकों के गुणन और संख्याओं के गुणन के लिए भी एक सरल वैकल्पिक विधि प्रदान करता है। सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके कुछ बड़ी संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करना सरल हो जाता है।

सर्वसमिकाओं के प्रयोग से कुछ संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करना सरल होता है।

**उदाहरण 1 :**  $(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$  का प्रयोग करके  $101^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}101^2 &= (100 + 1)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 \\ &= 10201\end{aligned}$$

**उदाहरण 2 :**  $(a - b)^2 = a^2 - 2 a b + b^2$  का प्रयोग करके  $99^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल : } 99^2 &= (100 - 1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9800 + 1 \\ &= 9801\end{aligned}$$

**उदाहरण 3 :**  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  का प्रयोग करके 303 और 297 का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल : } 303 \times 297 &= (300 + 3) \times (300 - 3) \\ &= 300^2 - 3^2 \\ &= 90000 - 9 \\ &= 89991\end{aligned}$$

**उदाहरण 4 :** यदि  $a + \frac{1}{a} = 2$  तो  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल :... } (a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \quad \therefore$$

$$= a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2$$

$$= 2^2 = 4$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 4 - 2 = 2$$

### अभ्यास 8 (h)

सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके निम्नांकित के मान ज्ञात कीजिए :

1.  $51^2$  2.  $105^2$

3.  $201^2$  4.  $302^2$

5.  $1001^2$  6.  $49^2$

7.  $98^2$  8.  $95^2$

9.  $997^2$  10.  $(10.2)^2$

11.  $(9.8)^2$  12.  $103 \times 97$

13.  $52 \times 48$  14.  $10.5 \times 9.5$

15. यदि  $a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2}$ , तो  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  का मान ज्ञात कीजिए

16. यदि  $a - \frac{1}{a} = 0$  तो  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  का मान ज्ञात कीजिए

सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके निम्नांकित के मान ज्ञात कीजिए :

17.  $78 \times 82$

18.  $95 \times 103$

19.  $501 \times 502$

## दक्षता अभ्यास 8

निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात कीजिए :

1.  $(2x^2y) \times (-3xy^2)$  2.  $(11y^2z^2), (5xyz)$

3.  $x^6 \times 5x^3 \times 2y^2$  4.  $7 \times (x+3)$

5.  $-6 \times (-m-3)$  6.  $ab(3a-5b)$

7.  $(2x+3)(x+5)$  8.  $(x-7)(x+9)$

9.  $(5x-6y)(4x-3y)$  10.  $(x+a)(x+b)$

11. (i)  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  तथा

(ii)  $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$  के सर्वसमिका होने की जाँच कीजिए।

सर्वसमिकाओं के प्रयोग से निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

12.  $(2x+5)^2$

13.  $(2x+3y)^2$

14.  $(x-7)^2$

15.  $(3m - 4n)^2$

16.  $(m x - n y)^2$

17.  $(7 + 3x)(7 - 3x)$

18.  $(4a + 3b)(4a - 3b)$

19. निम्नलिखित को सरल कीजिए :

(i)  $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

(ii)  $x(2y - 3z) + y(3z - 2x) + 3z(x - y)$

20. यदि  $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$  तो  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  का मान ज्ञात कीजिए :

21. यदि  $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$  तो  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  का मान ज्ञात कीजिए :

22. दिखाइए

a.  $\left(\frac{4}{3}m + \frac{3}{4}n\right)^2 - 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$

b.  $(4mn + 3n)^2 - (4mn - 3n)^2 = 48mn^2$

c.  $(a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a) = 0$

**इस इकाई में हमने सीखा**

1. किसी एक पदीय बीजीय व्यंजक में किसी संख्या से गुणा करने के लिए संख्या को बीजीय व्यंजक के गुणांक से गुणा करते हैं।

2. समान आधार वाले बीजीय व्यंजकों का गुणनफल उसी आधार पर उनके घातांकों के योगफल के बराबर होता है।

3. बीजीय व्यंजकों के गुणनफल का गुणांक, व्यंजकों के गुणांकों का गुणनफल तथा बीजीय व्यंजकों के गुणनफल का चर भाग, व्यंजकों के चर भागों के गुणनफल होता है।
4. एक पदीय व्यंजक से बहुपदीय व्यंजक से गुणा करने के लिए एकपदीय व्यंजक से बहुपदीय व्यंजक के प्रत्येक पद में गुणा करते हैं।
5. दो बहुपदीय व्यंजकों का परस्पर गुणा करने के लिए, प्रथम बहुपद के प्रत्येक पद से द्वितीय बहुपद के प्रत्येक पद में गुणा करते हैं।
6. व्यंजकों के गुणा को ज्यामितीय निरूपण से समझ सकते हैं।
7. समीकरण एवं सर्वसमिका में भेद :
  - ऐसे समानता सूचक कथन जो चर  $x$  के कुछ निश्चित मान के लिए संतुष्ट होते हैं, समीकरण कहलाते हैं और चर का वह निश्चित मान समीकरण का हल होता है।
  - ऐसा समानता सूचक कथन जो चर के प्रत्येक मान के लिए सत्य होता है, सर्वसमिका कहलाता है।

8. सर्वसमिका :  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

का बीजीय सत्यापन तथा ज्यामितीय निरूपण द्वारा सत्यापन एवं उक्त सर्वसमिकाओं का अनुप्रयोग।

10. सर्वसमिकाएँ हमें संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करने के लिए सरल वैकल्पिक विधियाँ प्रदान करता है।
11. सामान्यतः एक अथवा अधिक पदों वाला व्यंजक जिसमें पदों के गुणांक शून्येतर हैं तथा चरों की घात ऋणेत्तर

है, बहुपद कहलाता है।

12. समान चरों से समान पद बनते हैं और इन चरों की घात भी समान होती है।

13. समान पदों के गुणांक समान होने आवश्यक नहीं है।

14. एक पदीय को एक पदीय से गुणा करने पर हमेशा एक पदीय प्राप्त होता है।

### अभ्यास 8 (a)

1. (i)  $-28x^2$ , (ii)  $-30x^3$ , (iii)  $21x^3y^3$ ; 2. (i)  $12x^7$ , (ii)  $15y^6$ , (iii)  $-15x^2y$ , (iv)  $4a^2bx^2y$ , (v)  $15x^3y^3$ , (vi)  $6x^4y^2z^3$ , (vii)  $24p^2q^2$ ; 3. (i)  $-6x^{11}$ ,  $-6$  (ii)  $-60x^4y^3$ ,  $-480$ ; 4. (i)  $2x^2y^3$ , (ii) 144

### अभ्यास 8 (b)

1. (i)  $ax + bx$ , (ii)  $2y^3 + 10y^2$ , (iii)  $15ay - 21by + 3cy$ , (iv)  $3x^3 - 15x^2 + 12x$ ; 2. (i)  $2x^3y - 2x^2y^2 + 2x^2yz$ , (ii)  $6x^2y^2 - 9x^2y^3 + 21xy^3$ , (iii)  $-y^3 + 8y^2$ , (iv)  $10a^2b - 14ab^2 + 2abc$ ; 3. (i)  $6x^2 + 15y^2$ , (ii)  $-xy + zy$ , (iii) 0, (iv) 0; 4. (i)  $2x^4 + 4x^2 + 4x$ , (ii) 210; 5. (i)  $6x^3 + 3x^2 + 12x$  किमी, (ii) 885किमी 6.  $2x^3 + 13x^2 + 27x + 18$ ,  $7.25x^2 - 9$  8.  $x^3 + 125$

### अभ्यास 8 (c)

1.  $x^2 + 7x + 10$ ; 2.  $x^2 + 3x - 28$ ; 3.  $x^2 - 11x + 24$ ; 4.  $x^4 - 2x^2 - 35$ ; 5.  $12x^2 + 11x - 56$ ; 6.  $15x^2 + 11xy - 12y^2$ ; 7.  $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ ; 8.  $10x^3 + 23x^2 - 23x - 28$ ; 9.  $x^3 + y^3$ ; 10.  $x^4 + x^2y^2 + y^4$ ; 11. (i)  $(6x^2 + 11x - 7)$ , (ii) 198

### अभ्यास 8 (d)

1. (i) समीकरण, (ii) सर्वसमिका, (iii) सर्वसमिका, (iv) समीकरण।

### अभ्यास 8 (e)

1.  $x^2 + 6x + 9$ ; 2.  $4x^2 + 4x + 1$ ; 3.  $9x^2 + 12x + 4$ ; 4.  $4x^2 + 4xy + y^2$ ; 5.  $4y^2 + 4yz + z^2$ ; 6.  $4 + 4x + x^2$ ; 7. (i)  $x^2 + 4xy + 4y^2$ , (ii) 49; 8.  $(9x^2 + 6xy + y^2)$  वर्ग मी

### अभ्यास 8 (f)

1.  $x^2 - 10x + 25$ ; 2.  $25x^2 - 70x + 49$ ; 3.  $4x^2 - 4xy + y^2$ ; 4.  $9x^2 - 12xy + 4y^2$ ; 5.  $9 - 6x + x^2$ ; 6.  $4y^2 - 4yz + z^2$ ; 7.  $9x^2 - 6xy + y^2$ ; 8. (i)  $x^2 - 4xy + 4y^2$ , (ii) 64; 9.(i)  $(4x^2 - 4xy + y^2)$  रुपये; (ii) 100 रुपये

### अभ्यास 8 (g)

1.  $25 - x^2$ ; 2.  $y^2 - 16$ ; 3.  $4x^2 - 9$ ; 4.  $9x^2 - 16y^2$ ; 5.  $16x^2 - 4y^2$ ; 6.  $(4x^2 - 1)$  वर्गमी; 7. (i)  $(9x^2 - 1)$  रुपये, (ii) 8, (iii) 143 रुपये

### अभ्यास 8 (h)

1. 2601; 2. 11025; 3. 40401; 4. 91204; 5. 1002001; 6. 2401; 7. 9604; 8. 9025; 9. 994009; 10. 104.04; 11. 96.04; 12. 9991; 13. 2496; 14. 99.75; 15.  $\frac{17}{4}$ ; 16.2

### दक्षता अभ्यास 8

1.  $-6x^3y^3$ ; 2.  $55xy^3z^3$ ; 3.  $10x^9y^2$ ; 4.  $7x + 21$ ; 5.  $6m + 18$ ; 6.  $3a^2b - 5ab^2$ ; 7.  $2x^2 + 13x + 15$ ; 8.  $x^2 + 2x - 63$ ; 9.  $20x^2 - 39xy + 18y^2$ ; 10.  $x^2 + ax + bx + ab$ ; 12.  $4x^2 + 20x + 25$ ; 13.  $4x^2 + 12xy + 9y^2$ ; 14.  $x^2 - 14x + 49$ ; 15.  $9m^2 - 24mn + 16n^2$ ; 16.  $m^2x^2 - 2mnxy + n^2y^2$ ; 17.  $49 - 9x^2$ ; 18.  $16a^2 - 9b^2$ ; 19. (i) 0, (ii) 0; 20.  $\frac{82}{9}$ ;

21.  $\frac{17}{4}$